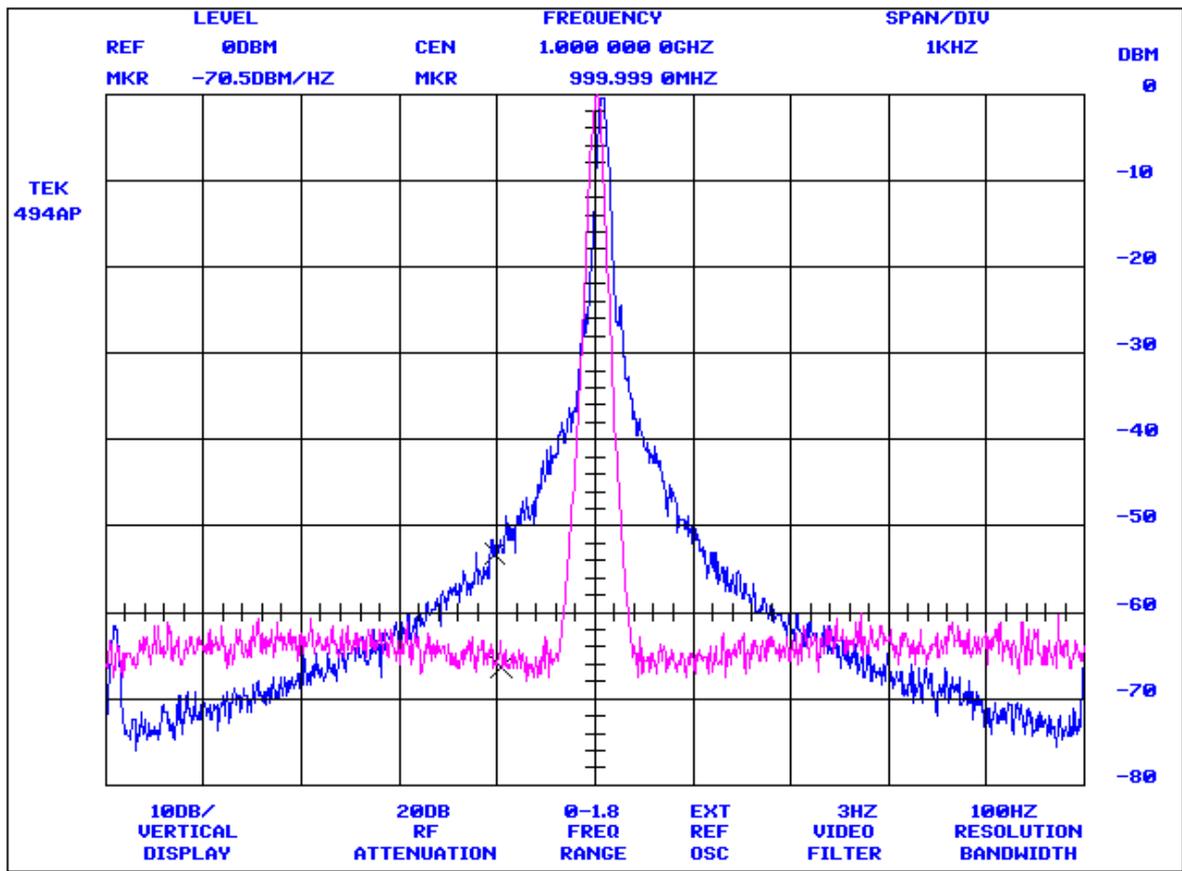


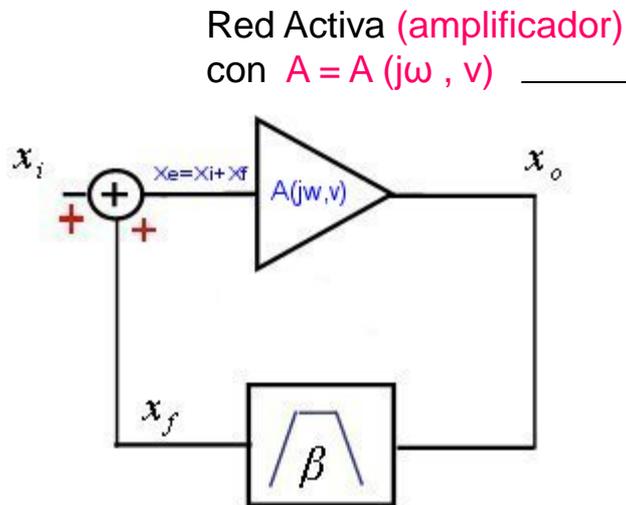
# ELECTRÓNICA DE COMUNICACIONES I

## Capítulo II: OSCILADORES AUTOCONTROLADOS LC



# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (I)

- Principio de Realimentación Positiva:



Red Activa (amplificador)  
con  $A = A(j\omega, \nu)$

Cuadripolo no-lineal

En los “momentos iniciales”

Función de Transferencia en Lazo Cerrado:

$$H(j\omega) = \frac{x_o}{x_i} = \frac{A(j\omega, \nu)}{1 - A(j\omega, \nu) \cdot \beta(\omega)} \quad (1)$$

Para que el circuito se comporte como **Oscilador** debe cumplirse que  $x_o \neq 0$  y  $x_i \equiv 0 \Rightarrow H(j\omega_o) \rightarrow \infty$

Red Pasiva (Resonador)  
con  $\beta = \beta(\omega)$  (lineal)

$$1 - A(j\omega_o, \nu) \cdot \beta(\omega_o) \equiv 0 \Rightarrow 1 = A(j\omega_o, \nu) \cdot \beta(\omega_o) \quad (2)$$

Para una frecuencia angular (pulsación) concreta  $\omega_o$   
**FRECUENCIA DE OSCILACIÓN**

Como  $A = A(j\omega, \nu)$  y  $\beta = \beta(\omega)$  son números complejos (en general), la ecuación (2) implica que han de cumplirse **simultáneamente** las dos ecuaciones:

$$|A(j\omega_o, \nu) \cdot \beta(j\omega_o)| = 1 \quad (3a)$$

$$\text{Fase} [A(j\omega_o, \nu) \cdot \beta(j\omega_o)] = 0 \pm 2 \cdot k \cdot \pi ; k \in \mathbb{N} \quad (3b)$$

**Condiciones de BARKHAUSEN**

# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (II)

Si y sólo si  $\omega_0 \neq 0$ , entonces las condiciones de Barkhausen serán necesarias y suficientes para asegurar la oscilación.

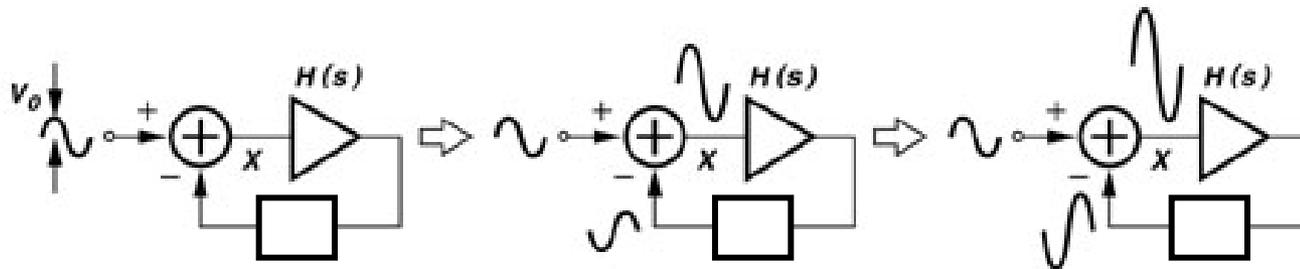
## CONDICIONES DE ARRANQUE Y MANTENIMIENTO DE LAS OSCILACIONES

Si inicialmente  $X_i = 0$  (No hay absolutamente ninguna energía puesta en juego en el esquema) entonces aunque se verifique Barkhausen, no habrá energía alguna a la salida ( $X_o = 0$ )

¿Cómo empiezan a surgir la primeras oscilaciones a la salida ? ¿Dónde hay inicialmente energía en el sistema y además justo a la frecuencia  $f_0$  que nosotros deseamos?

Respuesta:

- Ruido térmico asociado a los elementos resistivos del circuito – Espectro plano
- Carga inicial transitoria de las capacidades del circuito al aplicar alimentación.



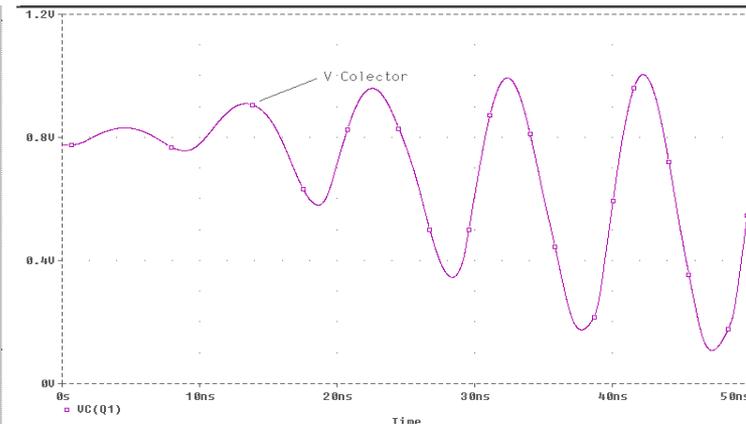
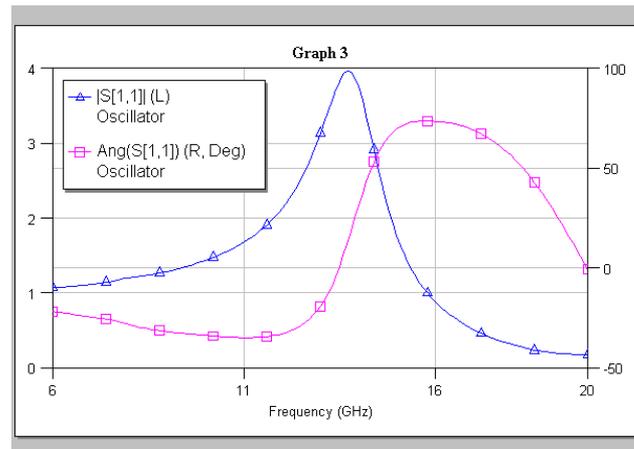
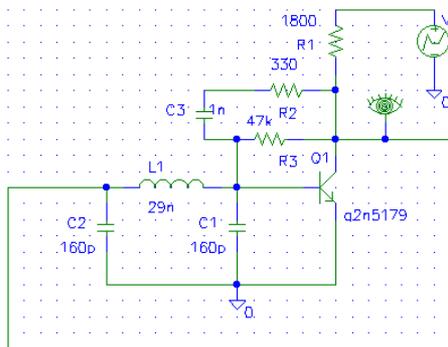
# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (III)

- Para que la amplitud de las oscilaciones vaya creciendo a lo largo del tiempo (puesto que el ruido térmico inicial es muy pequeño (p.e. nV) es preciso que el amplificador tenga una ganancia mayor que la atenuación que presenta el resonador, es decir inicialmente (en el momento en que “arrancan” las oscilaciones) tiene que cumplirse que:

$$|A(j\omega_o, v) \cdot \beta(j\omega_o)| > 1 \quad (4a)$$

$$\text{Fase} [A(j\omega_o, v) \cdot \beta(j\omega_o)] = 0 \pm 2 \cdot k \cdot \pi ; k \in \mathbb{N} \quad (4b)$$

**Condición de ARRANQUE del oscilador**



Otra forma que adoptan las condiciones de Barkhausen es:

$$\text{Re} [A(j\omega_o, v) \cdot \beta(j\omega_o)] = 1 \quad (5a)$$

$$\text{Im} [A(j\omega_o, v) \cdot \beta(j\omega_o)] = 0 \quad (5b)$$

**Condiciones de BARKHAUSEN**

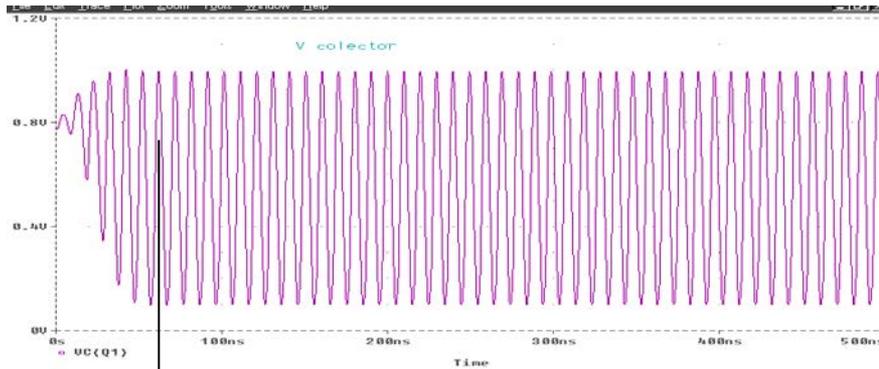
# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (IV)

Para que sólo exista una frecuencia de oscilación es necesario que la condición de la fase se cumpla para una única frecuencia.

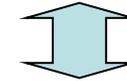
## MECANISMO DE LIMITACIÓN DE LA GANANCIA

Si se mantuviese indefinidamente que  $A(j\omega_o, v) \cdot \beta(\omega_o) > 1$ ,  $\forall t > 0$   $\longrightarrow$

entonces la amplitud de la señal de salida crecería indefinidamente sin límites, lo cual no puede ocurrir físicamente en el circuito  $\longrightarrow$  en algún momento la amplitud deberá permanecer constante



Startup  $\longrightarrow$  Régimen permanente



Debe existir algún mecanismo que reduzca la ganancia hasta que se consiga exactamente que

$$A(j\omega_o, v) \cdot \beta(\omega_o) = 1$$

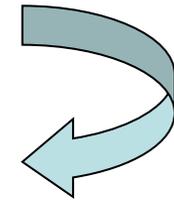
Osciladores **Autocontrolados**

De forma autónoma al oscilador (entrada en **SATURACIÓN**)

Régimen No-lineal

De manera forzada exteriormente

Generación de armónicos de **f<sub>o</sub>** a la salida



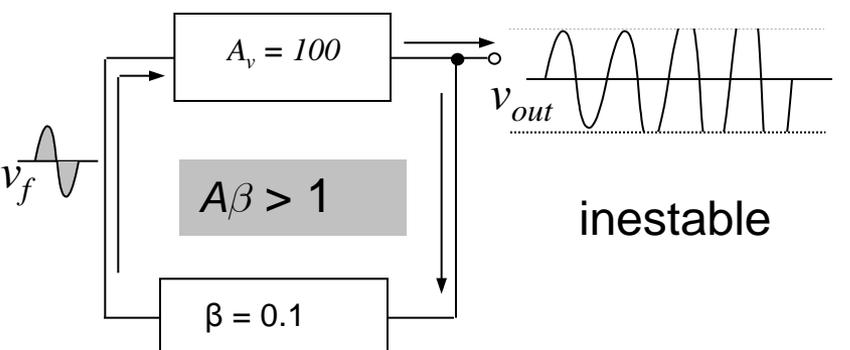
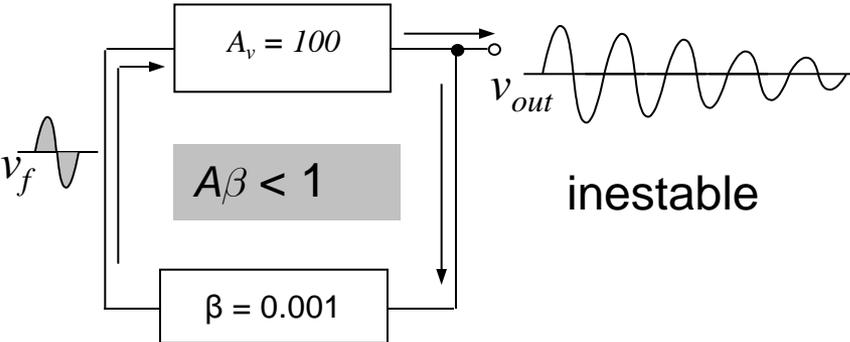
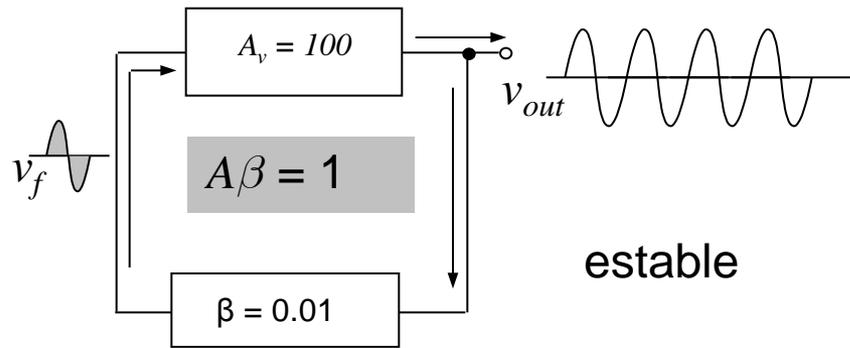
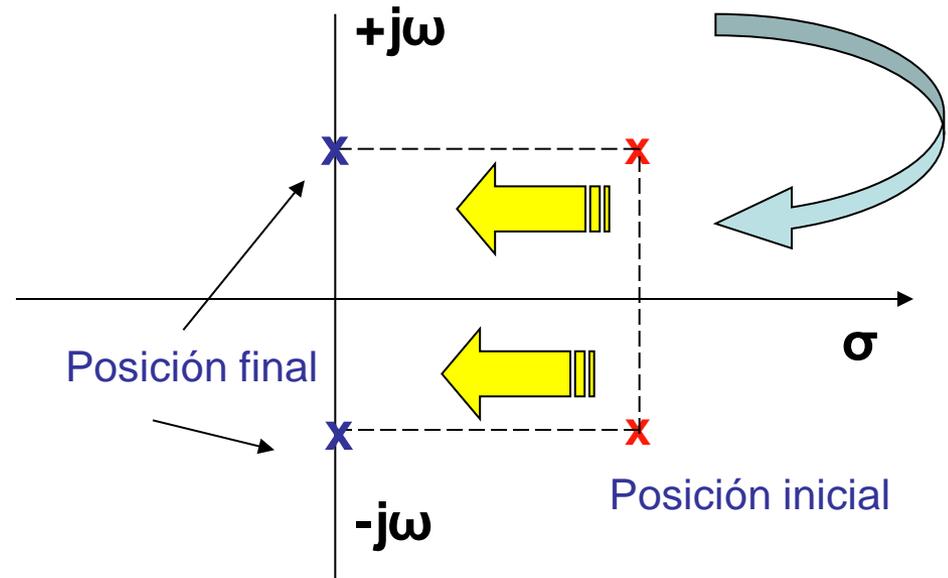
# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (V)

## EVOLUCIÓN SOBRE EL PLANO COMPLEJO

$$H(j\omega) = \frac{x_0}{x_i} = \frac{A(j\omega, v)}{1 - A(j\omega, v) \cdot \beta(\omega)} = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} \quad (6)$$

El **régimen Libre** del circuito se estudia analizando la situación y evolución temporal de los polos de  $H(j\omega)$  (ceros del denominador  $D(j\omega)$ ).

Para que el circuito oscile a una única frecuencia debe cumplirse que inicialmente (en el arranque):



# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (VI)

## EVOLUCIÓN SOBRE EL PLANO COMPLEJO

$$H(j\omega) = \frac{x_0}{x_i} = \frac{A(j\omega, v)}{1 - A(j\omega, v) \cdot \beta(\omega)} = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} \quad (6)$$

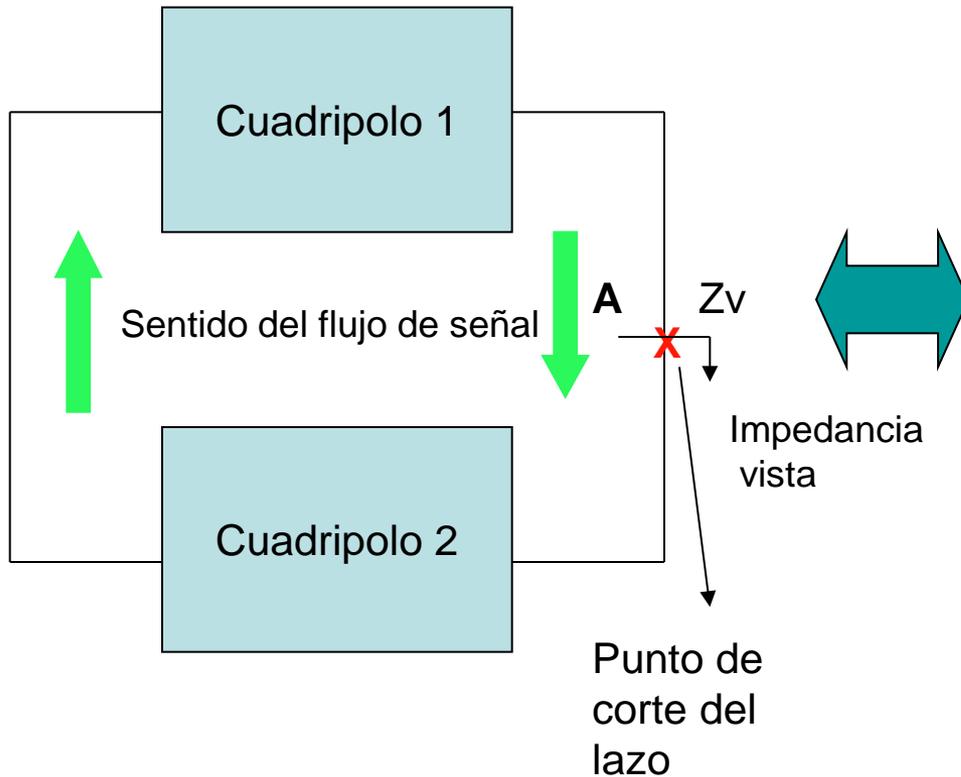
Si, inicialmente, en el  $D(j\omega)$  existe  $n$ -parejas de polos complejos conjugados, con  $\text{Re} > 0$  entonces podrá haber  $n$ -frecuencias de oscilación simultáneas.

## PASOS DEL DESARROLLO DEL MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO

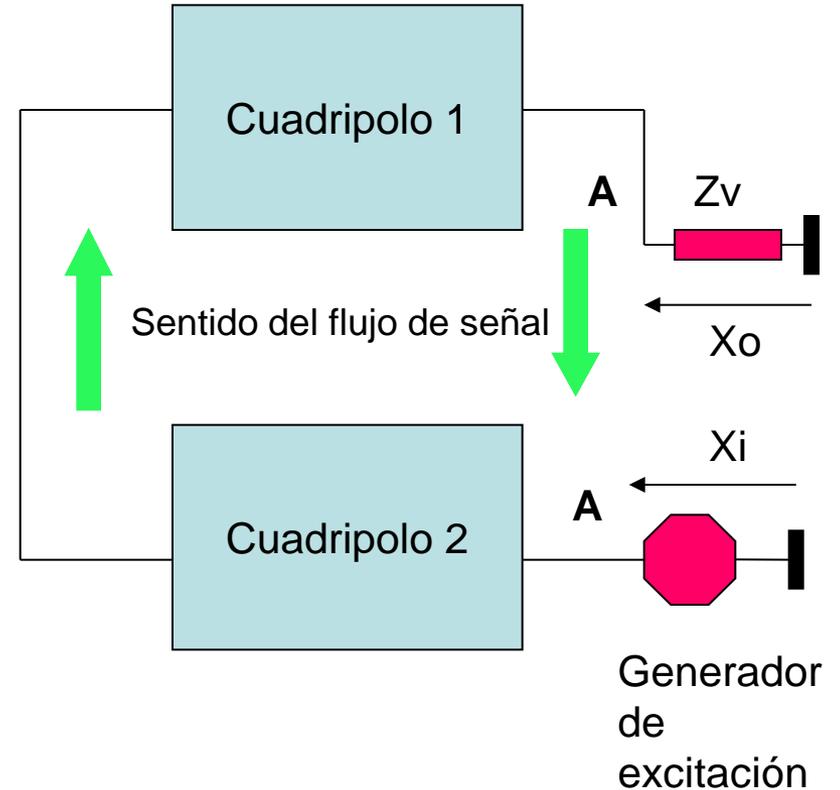
- 1º.- Sustituir los dispositivos activos por su modelos equivalentes (cuadripolos) lineales.
- 2º.- Redibujar el circuito de la manera más adecuada, agrupando en lo posible los elementos y realizando, de forma justificada, las simplificaciones oportunas.
- 3º.- Identificar y abrir el lazo de realimentación (en un punto adecuado)
- 4º.- Determinar la impedancia vista en el sentido del flujo
- 5º.- Colocar la impedancia vista en un extremo del lazo abierto y en el otro situar un generador independiente de excitación.
- 6º.- Calcular la función de transferencia (ganancia) entre extremos del lazo abierto.
- 7º.- Forzar la condición de Barkausen y obtener la frecuencia de oscilación y la condición de oscilación.

# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (Vibis)

Antes de abrir el lazo por el punto A:



Después de abrir el lazo por el punto A:



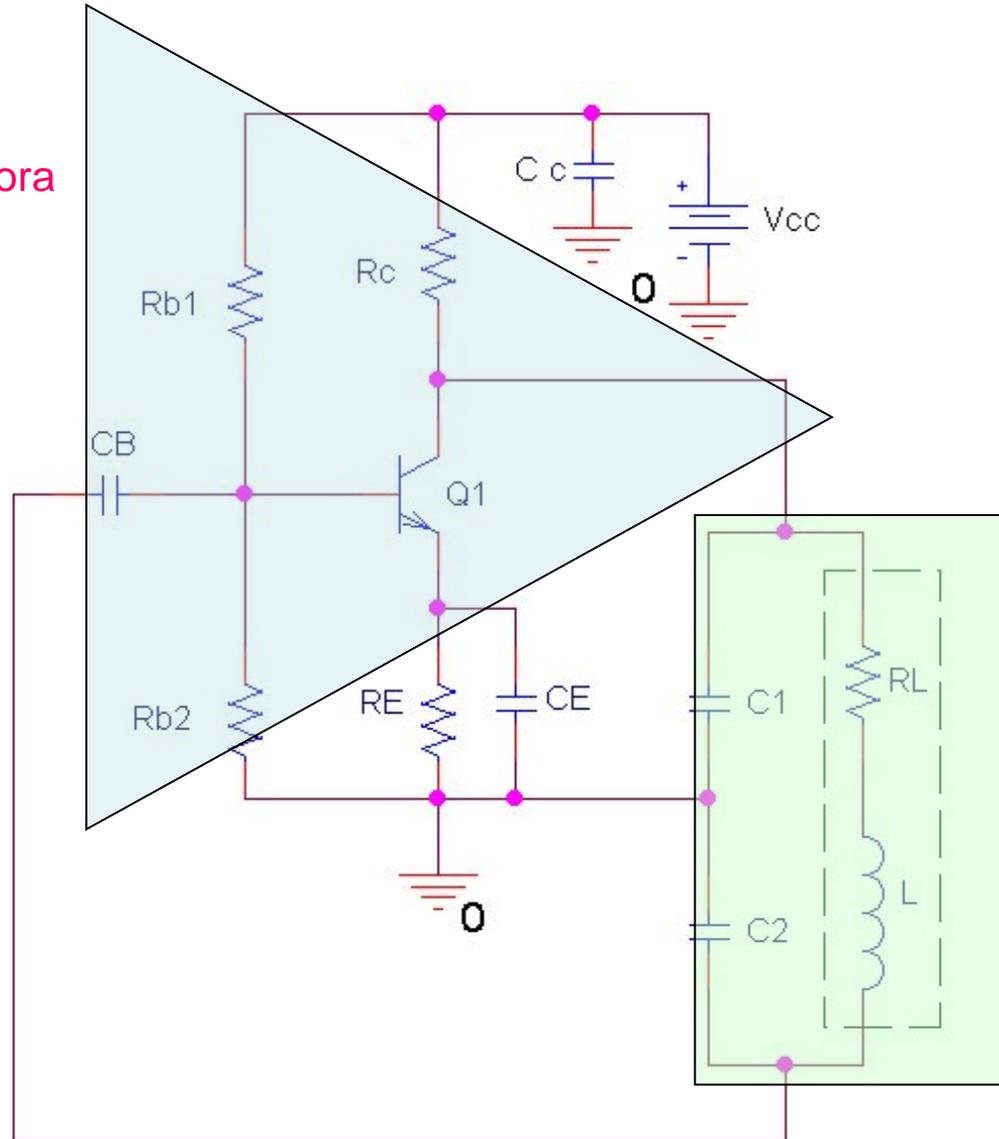
$$H(j\omega) \equiv \frac{X_o(j\omega)}{X_i(j\omega)} = A(j\omega, v) \cdot \beta(j\omega) \geq 1 + j0$$

$X_o, X_i$  = tensiones o corrientes

# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (VII)

## OSCILADORES LC –AUTOCONTROLADOS: OSCILADOR COLPITTS (I)

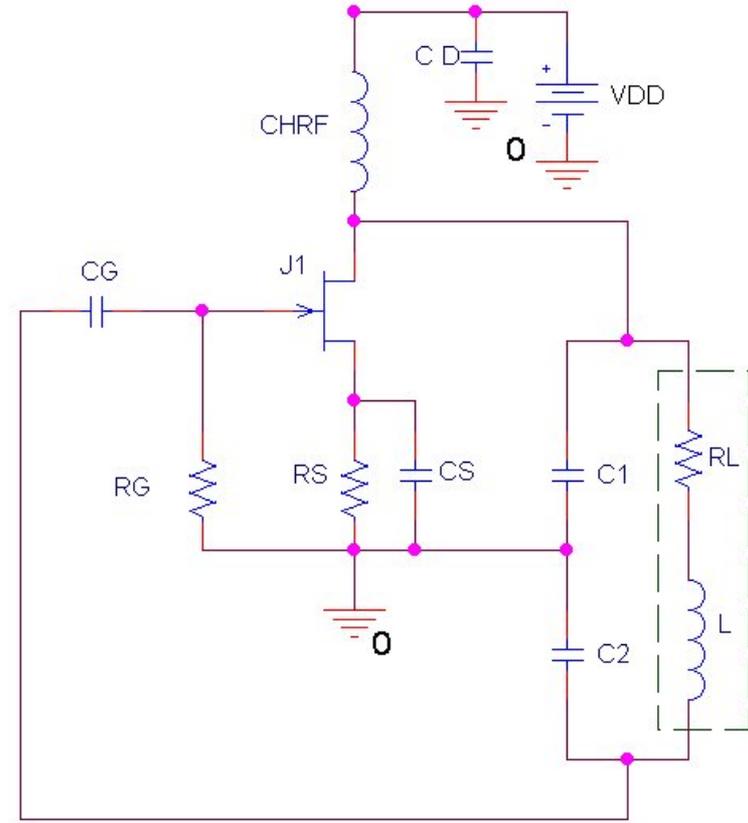
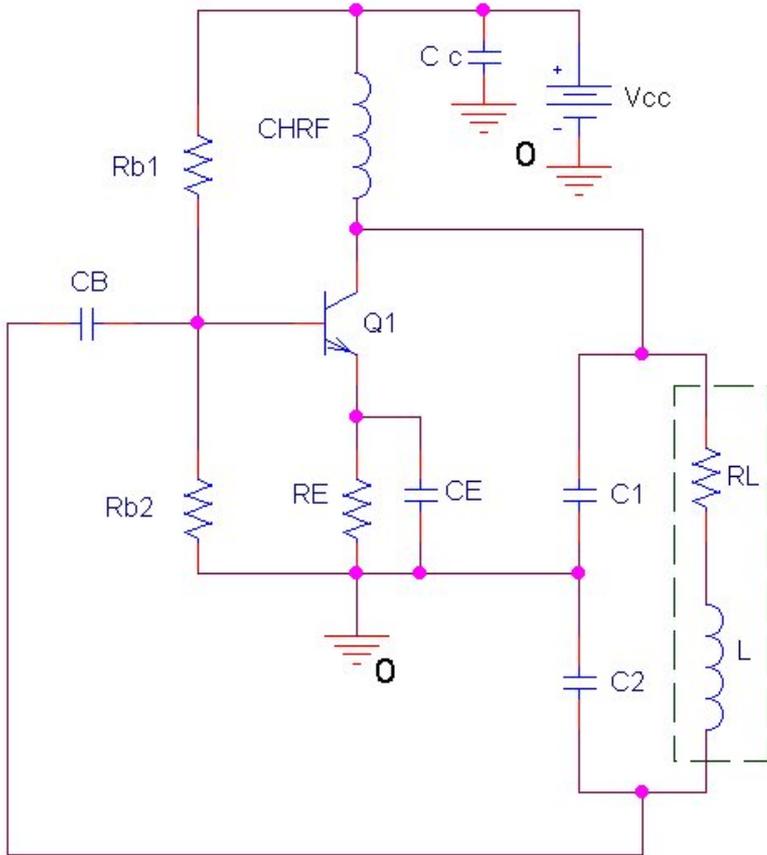
Red amplificadora



Red  $\beta$   
(Resonador)

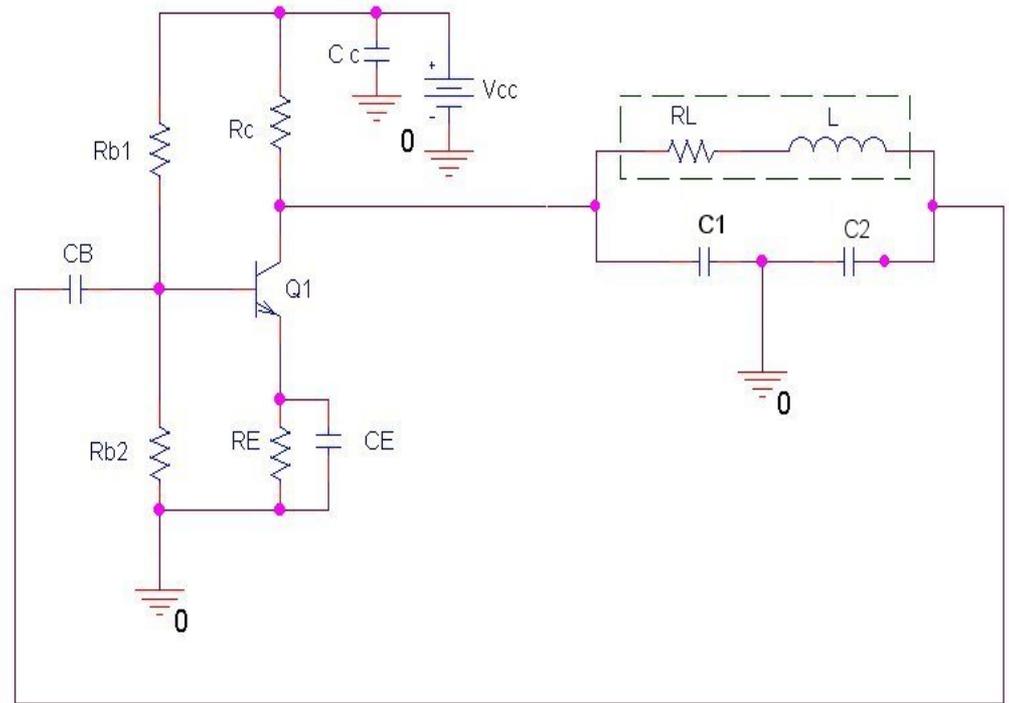
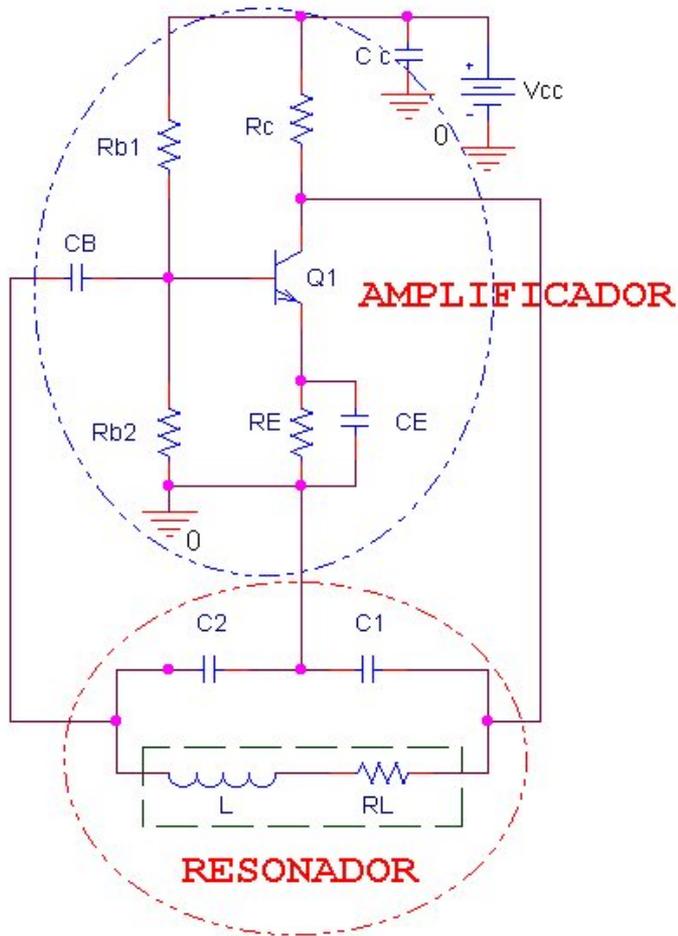
# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (VIII)

## OSCILADOR COLPITTS (II)



# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (IX)

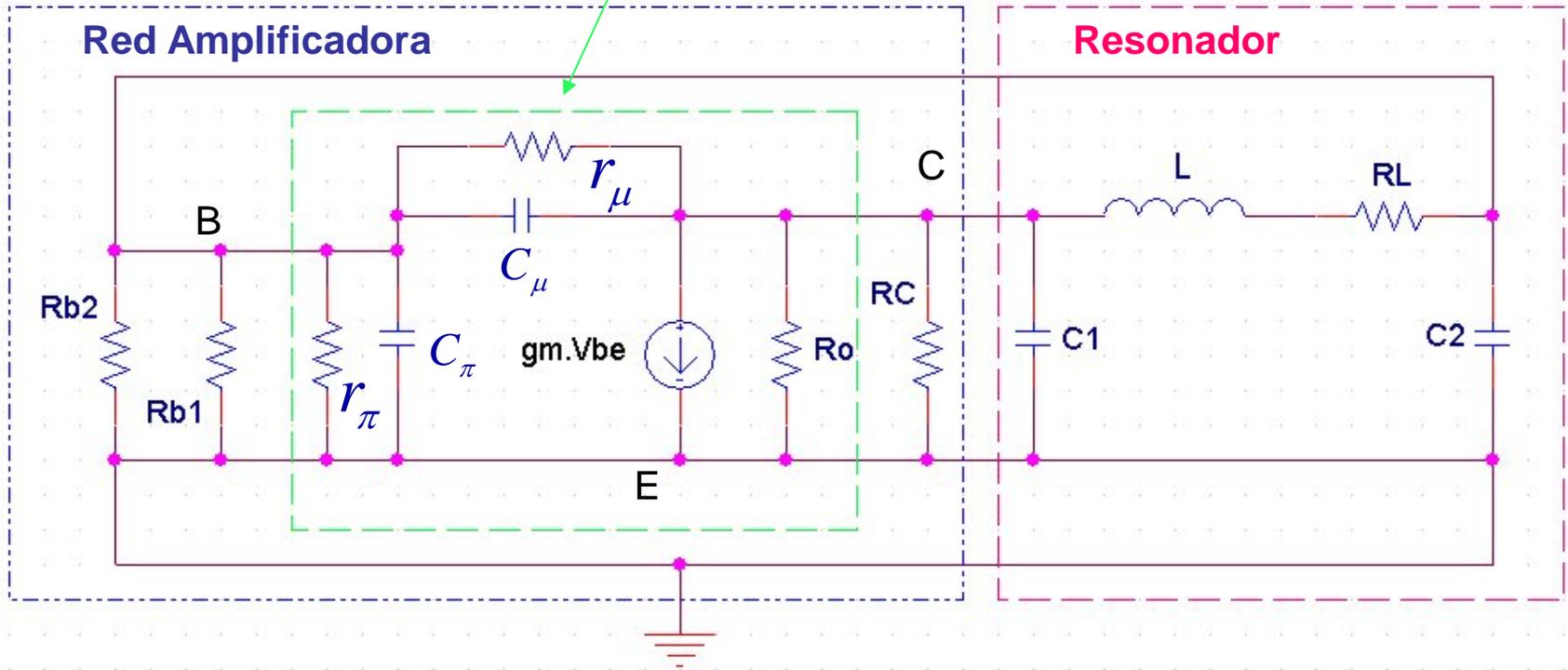
## OSCILADOR COLPITTS (III)



# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (X)

## OSCILADOR COLPITTS (IV)

Modelo Híbrido en  $\pi$  del BJT



Agrupamos  $r_{\pi} // R_{b1} // R_{b2} = R_B$

$R_0 // R_c = R_A$

$C_{\pi} + C_2 = C_B$

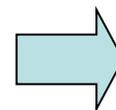
$C_1 = C_A$

Suponemos  $R_L \rightarrow 0$

$r_{\mu} \rightarrow \infty$

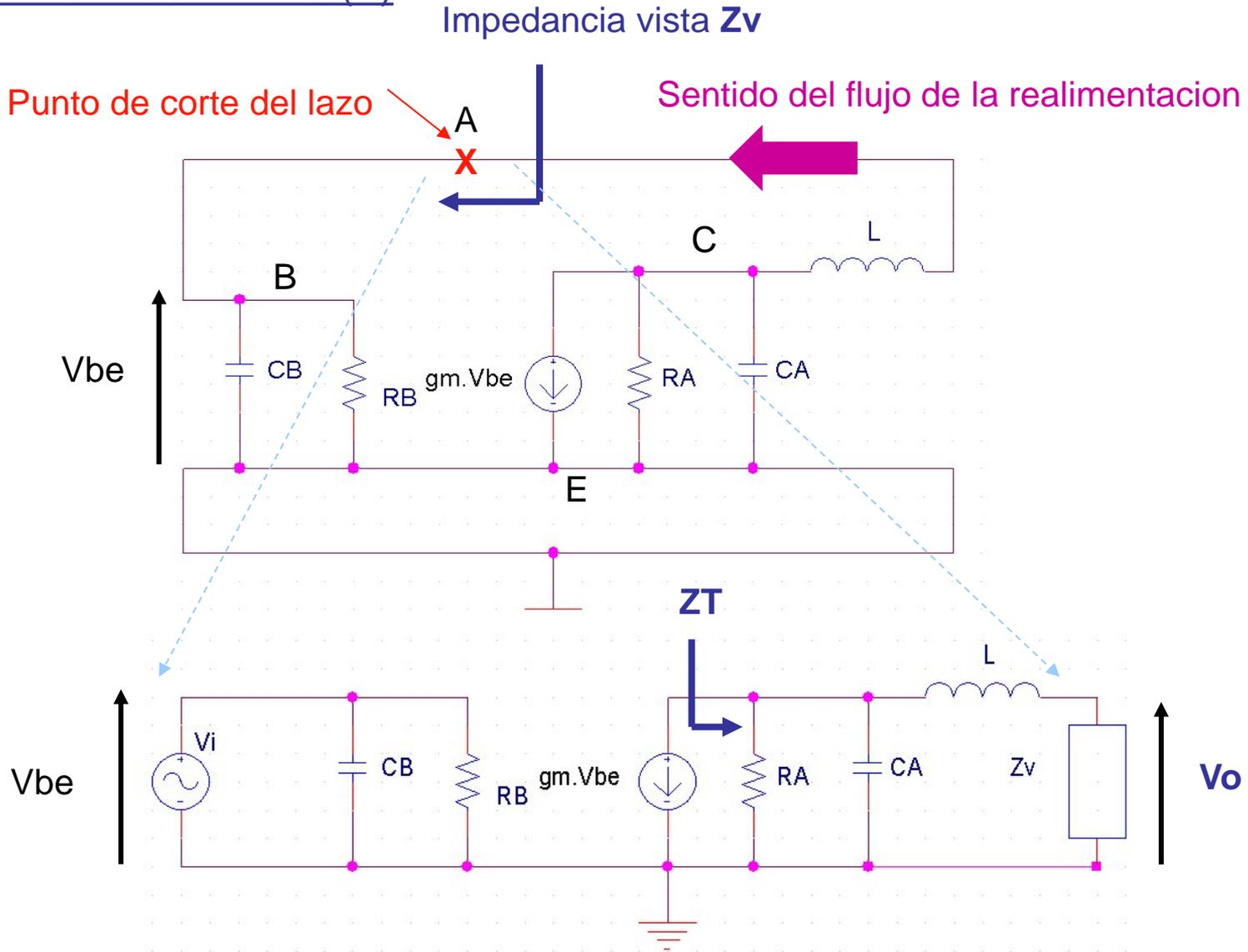
$C_{\mu} \rightarrow 0$

Simplificando el esquema queda:



# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (XI)

## OSCILADOR COLPITTS (V)



# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (XII)

## OSCILADOR COLPITTS (VI)

Partimos de las relaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_B = C_\pi + C_2 \\ C_A = C_c + C_1 \\ Z_A = R_A // Z_{CA} = \frac{R_A}{1 + j\omega C_A R_A} \\ Z_B = R_B // Z_{CB} = \frac{R_B}{1 + j\omega C_B R_B} \\ Z_v \equiv Z_B \end{array} \right.$$

La tensión de salida es:

$$V_o = -g_m \cdot V_{be} \cdot Z_T \cdot \frac{Z_v}{Z_v + j\omega L}$$

Siendo:

$$Z_T = Z_A // [Z_v + j\omega L] = \frac{\left[ \frac{R_B}{1 + j\omega \cdot C_B \cdot R_B} + j\omega L \right] \cdot \frac{R_A}{1 + j\omega \cdot C_A \cdot R_A}}{j\omega L + \frac{R_A}{1 + j\omega L \cdot R_A} + \frac{R_B}{1 + j\omega L \cdot R_B}}$$

→ La ganancia del lazo abierto será:

$$H(j\omega) \equiv G_v(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_o}{V_{be}} = \frac{-g_m \cdot \left[ \frac{R_A}{1 + j\omega \cdot C_A \cdot R_A} \right] \cdot \left[ \frac{R_B}{1 + j\omega \cdot C_B \cdot R_B} \right]}{j\omega L + \left[ \frac{R_A}{1 + j\omega \cdot C_A \cdot R_A} \right] + \frac{R_B}{1 + j\omega \cdot C_B \cdot R_B}} \Bigg|_{\omega=\omega_0}$$

Para forzar a que sea un oscilador:

↓

$$\equiv 1 + j \cdot 0$$

# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (XIII)

## OSCILADOR COLPITTS (VII)

Quitando denominadores:

$$-g_m \cdot \left[ \frac{R_A}{1 + j\omega_o \cdot C_A \cdot R_A} \right] \cdot \left[ \frac{R_B}{1 + j\omega_o \cdot C_B \cdot R_B} \right] = j\omega_o L + \left[ \frac{R_A}{1 + j\omega_o \cdot C_A \cdot R_A} \right] + \left[ \frac{R_B}{1 + j\omega_o \cdot C_B \cdot R_B} \right]$$

Operando y separando las partes **Real** e **Imaginaria** se obtienen:

### Parte Imaginaria

$$0 = \omega_o L - \omega_o^3 \cdot C_A \cdot C_B \cdot L \cdot R_A \cdot R_B + \omega_o \cdot C_A \cdot R_A \cdot R_B + \omega_o \cdot C_B \cdot R_A \cdot R_B$$

De aquí puede despejarse una de las incógnitas de interés (pulsación de oscilación), ya que no aparece la otra variable (que implica a  $g_m$ ):

$$\omega_o^2 = \frac{1}{L \cdot \frac{C_A \cdot C_B}{C_A + C_B}} + \frac{1}{R_A \cdot R_B \cdot C_A \cdot C_B}$$

⇒ La frecuencia de oscilación será:

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot \frac{C_A \cdot C_B}{C_A + C_B}} + \frac{1}{R_A \cdot R_B \cdot C_A \cdot C_B}} \quad (\text{Hz}) \quad (7)$$

# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (XIV)

## OSCILADOR COLPITTS (VIII)

### Parte Real

$-g_m \cdot R_A \cdot R_B = -\omega_o^2 \cdot L \cdot C_B \cdot R_B - \omega_o^2 \cdot L \cdot C_A \cdot R_A + R_A + R_B$  despejando  $g_m$  se obtiene:

$$g_m = \frac{\omega_o^2 \cdot L \cdot [C_A \cdot R_A + C_B \cdot R_B]}{R_A \cdot R_B} - \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \quad \text{reemplazando } \omega_o^2 \text{ por su expresión: } \Rightarrow$$

$$g_m = \frac{L \cdot [C_A \cdot R_A + C_B \cdot R_B]}{R_A \cdot R_B} \cdot \left[ \frac{1}{L \cdot \frac{C_A \cdot C_B}{C_A + C_B}} + \frac{1}{R_A \cdot R_B \cdot C_A \cdot C_B} \right] - \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} =$$

$$= \frac{C_A}{C_B} \cdot \frac{1}{R_B} + \frac{C_B}{C_A} \cdot \frac{1}{R_A} + \frac{L}{R_A \cdot R_B} \cdot \left[ \frac{1}{R_A \cdot C_A} + \frac{1}{R_B \cdot C_B} \right] \Rightarrow \text{finalmente}$$

**Condición de Oscilación:**

$$g_m \geq \frac{C_A}{C_B} \cdot \frac{1}{R_B} + \frac{C_B}{C_A} \cdot \frac{1}{R_A} + \frac{L}{R_A \cdot R_B} \cdot \left[ \frac{1}{R_A \cdot C_A} + \frac{1}{R_B \cdot C_B} \right] \quad (8)$$

# OSCILADORES - MÉTODO DE LA GANANCIA DEL LAZO (XV)

## OSCILADOR COLPITTS (IX)

- La ecuación (7) indica que la frecuencia de oscilación depende del resonador así como del transistor empleado ( a través de las capacidades parásitas, resistencias dinámicas y resistencias de polarización) . Lo cual es un grave inconveniente pues la estabilidad de la frecuencia se ve comprometida por variaciones en estos parámetros (con la temperatura, con la dispersión por el proceso de fabricación, etc.

- Para minimizar el efecto del transistor sobre **fo** y así mejorar la estabilidad:

Se seleccionan:

$$C_2 \gg C_\pi \rightarrow C_B \square C_2$$

$R_{b1}, R_{b2}$  del mismo orden o inferiores que  $r_\pi$

Eligiendo adecuadamente se puede llegar a obtener:

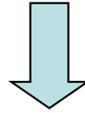
**Frecuencia de oscilación**  $\square$

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}} \equiv \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot [C_1 \text{ en serie } C_2]}} \quad (\text{Hz}) \quad (7\text{bis})$$

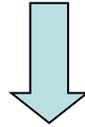
# OSCILADORES - MÉTODO MATRICIAL (I)

## FUNDAMENTOS

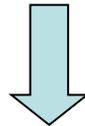
- El oscilador se supone compuesto por la asociación de dos cuadripolos lineales interconectados: cuadripolo activo (amplificador) y cuadripolo pasivo (resonador)
- Se considera que no hay excitación alterna exterior y que el efecto de la carga se puede incluir en cualquiera de los dos cuadripolos



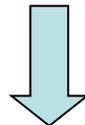
No está unívocamente forzada la conexión entre los puertos homólogos de los dos cuadripolos del oscilador (Es decir, pueden considerarse conexiones en paralelo y/o serie)



Puede elegirse arbitrariamente cualquier familia de parámetros en pequeña señal para ambos cuadripolos (la misma en ambos):  $pe$ :  $Z$ ,  $Y$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $S$ ,  $ABCD$ .

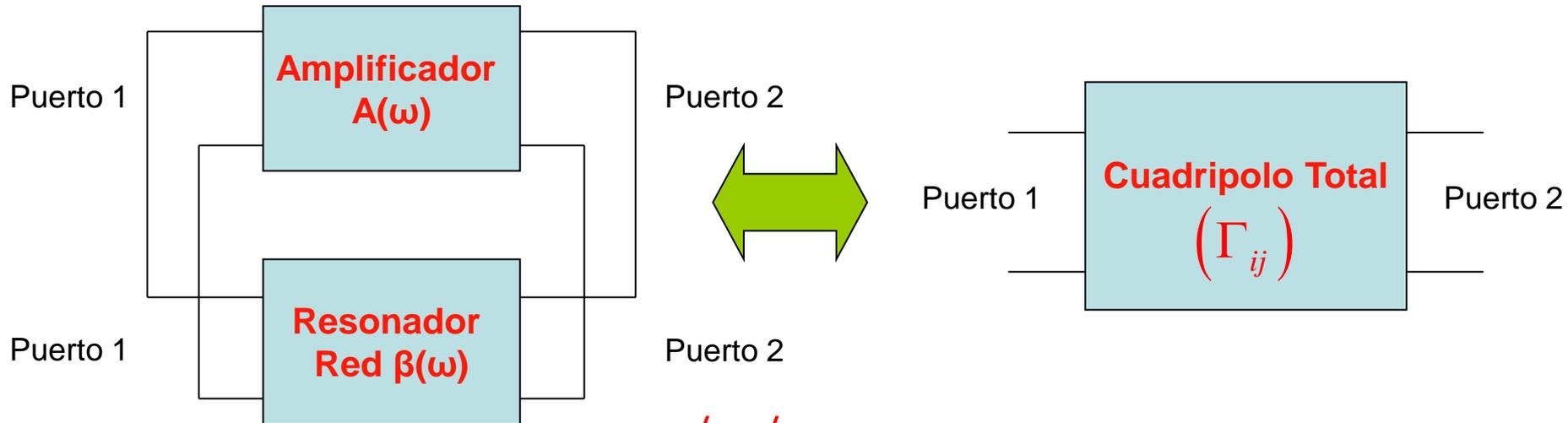


Se obtiene un único cuadripolo equivalente total asociando (sumando) los dos cuadripolos de partida.



En el cuadripolo total resultante se debe obtener señal de salida sin aplicar excitación de entrada.

## OSCILADORES - MÉTODO MATRICIAL (II)



Sean las variables de entrada (excitación)  $\phi_1, \phi_2$  (tensiones y / o corrientes)

Sean las variables de salida (respuesta)  $\theta_1, \theta_2$  (tensiones y / o corrientes)

Sea la matriz del cuadripolo total resultante  $(\Gamma_{i,j})$   $i, j \in (1,2)$

$$\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{si es un oscilador} \Rightarrow \begin{cases} \theta_1, \theta_2 \neq 0 \\ \phi_1, \phi_2 \equiv 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\text{Det}(\Gamma_{i,j}) = \left| (\Gamma_{i,j}) \right|_{\omega=\omega_0} = 0 + j \cdot 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Re} \left[ \text{Det}(\Gamma_{i,j}) \right] \Big|_{\omega=\omega_0} = 0 \\ \text{Im} \left[ \text{Det}(\Gamma_{i,j}) \right] \Big|_{\omega=\omega_0} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

# OSCILADORES - MÉTODO MATRICIAL (III)

- El Método Matricial es un procedimiento de análisis en LAZO CERRADO del oscilador.

## PASOS DEL DESARROLLO DEL MÉTODO MATRICIAL

1º.- Sustituir los dispositivos activos por su modelos equivalentes (cuadripolos) lineales.

2º.- Redibujar el circuito de la manera más adecuada, agrupando en lo posible los elementos y realizando, de forma justificada, las simplificaciones oportunas, para que queden bien definidos los dos cuadripolos constituyentes.

3º.- Elegir (adecuadamente) la familia de parámetros lineales de los cuadripolos y hallar la matriz de cada uno de ellos.

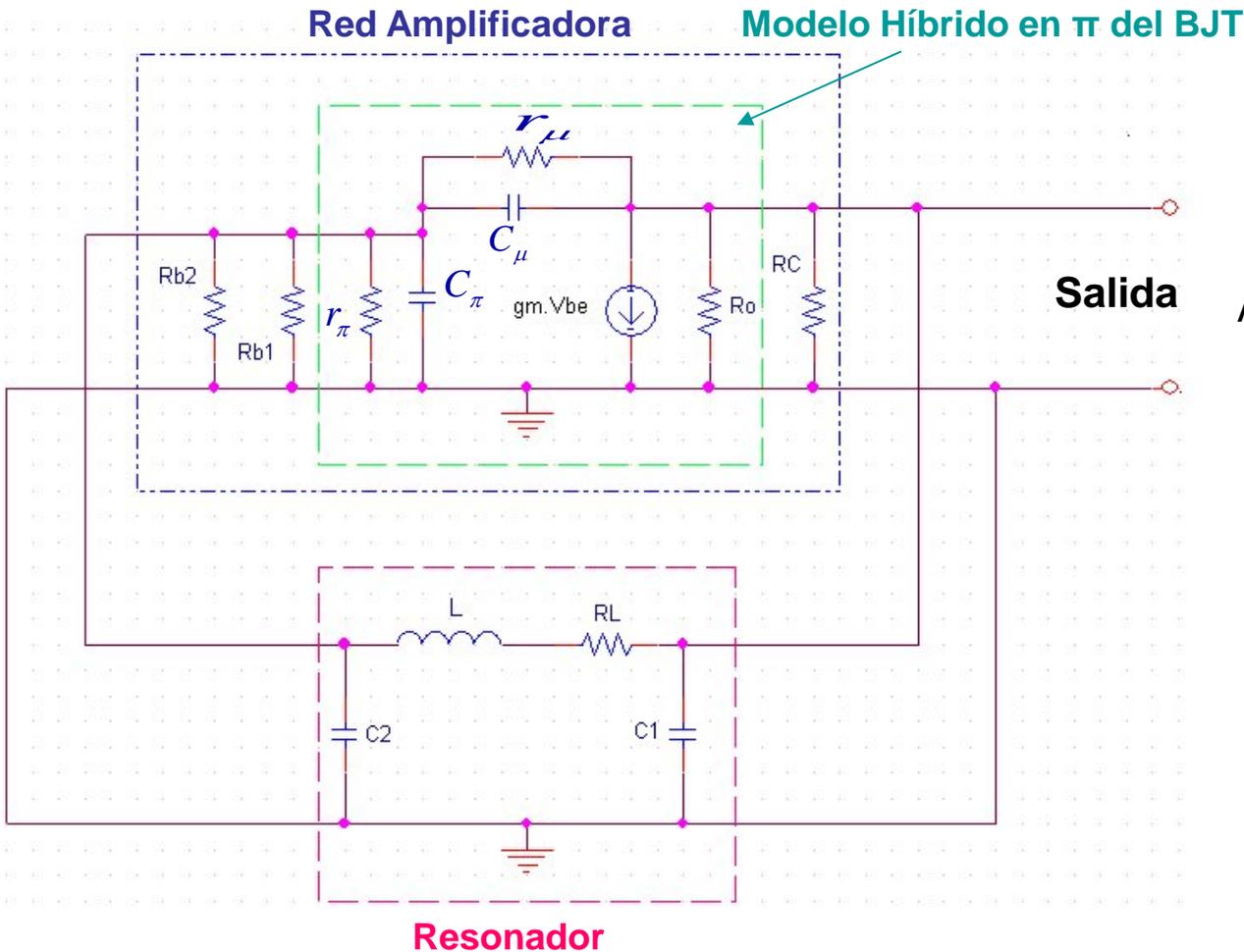
4º.- Hallar la matriz total del cuadripolo resultante de la asociación. (Ojo con la numeración de cada puerto)

5º.-. Calcular el determinante de la matriz total y forzar que tome un valor  $0 + j0$  para una única frecuencia.

6º.- Con el sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas obtener la frecuencia y la condición de oscilación.

# OSCILADORES - MÉTODO MATRICIAL (IV)

## OSCILADORES LC –AUTOCONTROLADOS: OSCILADOR COLPITTS (I)



Agrupamos  $r_\pi // R_{b1} // R_{b2} = R_B$

$$R_o // R_c = R_A$$

$$C_\pi + C_2 = C_B$$

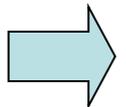
$$C_c + C_1 = C_A$$

Suponemos  $R_L \rightarrow 0$

$$r_\mu \rightarrow \infty$$

$$C_\mu \rightarrow 0$$

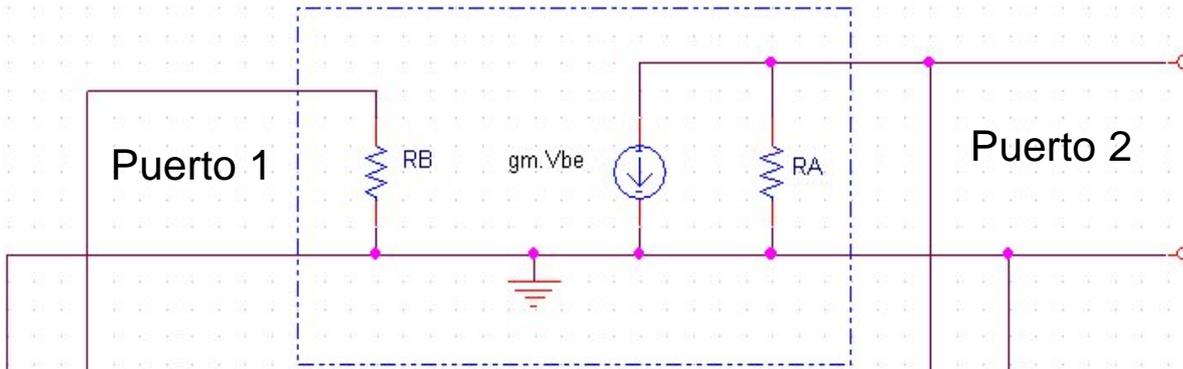
Simplificando el esquema queda:



# OSCILADORES - MÉTODO MATRICIAL (V)

## OSCILADOR COLPITTS (II)

### Cuadripolo Activo M



Suponiendo que elegimos los parámetros admitancia para los cuadripolos:

Matriz parámetros “y” del cuadripolo activo:

$$y_M = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_B} & 0 \\ g_m & \frac{1}{R_A} \end{pmatrix} \quad (11a)$$

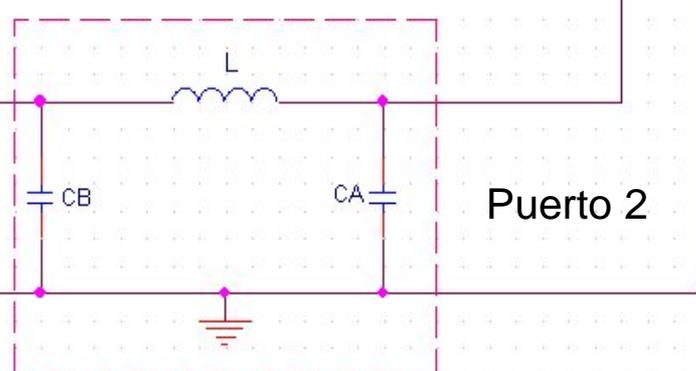
Matriz parámetros “y” del cuadripolo pasivo:

$$y_N = \begin{pmatrix} \frac{1}{j\omega \cdot L} + j\omega \cdot C_B & \frac{-1}{j\omega \cdot L} \\ \frac{-1}{j\omega \cdot L} & \frac{1}{j\omega \cdot L} + j\omega \cdot C_A \end{pmatrix} \quad (11b)$$

Puerto 1

Puerto 2

### Cuadripolo Pasivo N



La matriz total del cuadripolo compuesto resultante será: →

# OSCILADORES - MÉTODO MATRICIAL (VI)

## OSCILADOR COLPITTS (III)

$$y_T = y_M + y_N = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_B} + \frac{1}{j\omega \cdot L} + j\omega \cdot C_B & 0 + \frac{-1}{j\omega \cdot L} \\ g_m + \frac{-1}{j\omega \cdot L} & \frac{1}{R_A} + \frac{1}{j\omega \cdot L} + j\omega \cdot C_A \end{pmatrix} \quad (12)$$

Para que la matriz corresponda a la de un oscilador:  $Det [y_T] = 0 + j \cdot 0 \quad (13) \Rightarrow$

$$\left( \frac{1}{R_B} + \frac{1}{j\omega \cdot L} + j\omega \cdot C_B \right) \cdot \left( \frac{1}{R_A} + \frac{1}{j\omega_0 \cdot L} + j\omega_0 \cdot C_A \right) - \left( 0 + \frac{-1}{j\omega_0 \cdot L} \right) \cdot \left( g_m + \frac{-1}{j\omega_0 \cdot L} \right) = 0$$

Desarrollando los productos, simplificando y separando las partes **Real** e **Imaginaria** se llega a:

**Parte Real = 0**

$$\frac{1}{R_A \cdot R_B} + \frac{C_A}{L} + \frac{C_B}{L} - \omega_0^2 \cdot C_A \cdot C_B = 0 \Rightarrow$$

**La frecuencia de oscilación:**

$$f_o = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot \frac{C_A \cdot C_B}{C_A + C_B}} + \frac{1}{R_A \cdot R_B \cdot C_A \cdot C_B}} \quad (\text{Hz})$$

Que naturalmente coincide con la ecuación (7) obtenida por el método de la ganancia del lazo.

# OSCILADORES - MÉTODO MATRICIAL (VII)

## OSCILADOR COLPITTS (IV)

**Parte Imaginaria = 0**

$$\frac{1}{R_B \cdot j\omega_0 \cdot L} + \frac{j\omega_0 \cdot C_A}{R_B} + \frac{1}{R_A \cdot j\omega_0 \cdot L} + \frac{j\omega_0 \cdot C_B}{R_A} + \frac{g_m}{j\omega_0 \cdot L} = 0$$

Reemplazando  $\omega_0$  por su expresión (7), y tras mucho simplificar se obtiene:

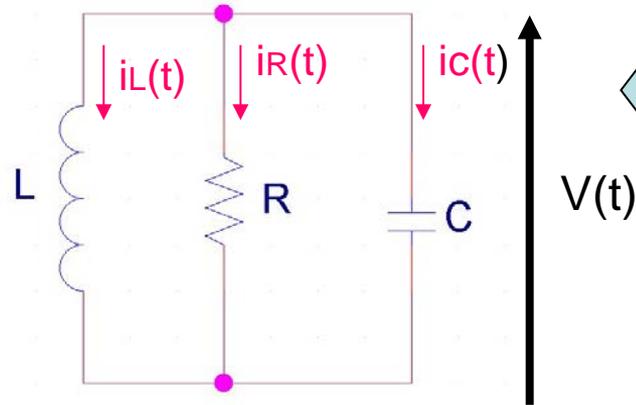
**Condición de Oscilación:**

$$g_m \geq \frac{C_A}{C_B} \cdot \frac{1}{R_B} + \frac{C_B}{C_A} \cdot \frac{1}{R_A} + \frac{L}{R_A \cdot R_B} \cdot \left[ \frac{1}{R_A \cdot C_A} + \frac{1}{R_B \cdot C_B} \right]$$

Que es coincidente con la ecuación (8) hallada anteriormente.

Las condiciones de diseño, para evitar que el transistor afecte excesivamente en la estabilidad de la frecuencia del circuito, son las mismas que las comentadas en el caso de la ganancia del lazo.

# MÉTODO DE LA RESISTENCIA NEGATIVA (I) (Método Plano de Referencia)



Circuito para análisis en Régimen Libre:

$$i_L(t) + i_R(t) + i_C(t) = 0 \Rightarrow \frac{1}{L} \int_0^t v(t) \cdot dt + \frac{v(t)}{R} + C \cdot \frac{dv(t)}{dt} = 0 \quad (1) \text{ Ecuación Integro-Diferencial}$$

derivando respecto al tiempo:

$$\frac{1}{L} \cdot v(t) + \frac{1}{R} \cdot \frac{dv(t)}{dt} + C \cdot \frac{d^2v(t)}{dt^2} = 0 \Rightarrow \frac{d^2v(t)}{dt^2} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot v(t) = 0 \quad (2)$$

Como la ecuación obtenida es una EDO de segundo orden de coeficientes constantes y homogénea, para resolverla buscamos una solución general de la forma:

$$v(t) = e^{s \cdot t} \quad (3) \quad \text{reemplazando en (2):} \quad \Rightarrow s^2 \cdot e^{s \cdot t} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot s \cdot e^{s \cdot t} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot e^{s \cdot t} = 0 \quad (3)$$

Simplificando se obtiene:

## MÉTODO DE LA RESISTENCIA NEGATIVA (II)

$$s^2 + \frac{1}{R \cdot C} \cdot s + \frac{1}{L \cdot C} = 0 \quad (4)$$

Que es una ecuación Algebraica denominada **ECUACIÓN CARÁCTERÍSTICA**, cuyas dos soluciones son:

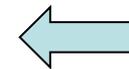
$$s_{1,2} = -\frac{1}{2R \cdot C} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2R \cdot C}\right)^2 - \frac{1}{L \cdot C}} = -\frac{1}{2R \cdot C} \pm j \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{1}{2R \cdot C}\right)^2} \quad (5)$$

Con lo cual, la tensión en bornas de circuito tanque será:  $\rightarrow$

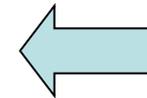
$$v(t) = A_1 \cdot e^{-\frac{1}{2R \cdot C} \cdot t + j \left[ \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{1}{2R \cdot C}\right)^2} \right] \cdot t} + A_2 \cdot e^{-\frac{1}{2R \cdot C} \cdot t - j \left[ \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{1}{2R \cdot C}\right)^2} \right] \cdot t} =$$

$$= B \cdot e^{-\frac{1}{2R \cdot C} \cdot t} \cdot \left[ e^{+j \left\{ \left[ \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{1}{2R \cdot C}\right)^2} \right] \cdot t + \phi \right\}} + e^{-j \left\{ \left[ \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{1}{2R \cdot C}\right)^2} \right] \cdot t + \phi \right\}} \right] =$$

$$= D \cdot e^{-\frac{1}{2R \cdot C} \cdot t} \cdot \cos \left\{ \left[ \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{1}{2R \cdot C}\right)^2} \right] \cdot t + \phi \right\} \quad (6)$$



Se puede demostrar que en un circuito real, las constantes  $A_1$  y  $A_2$  son siempre complejas conjugadas



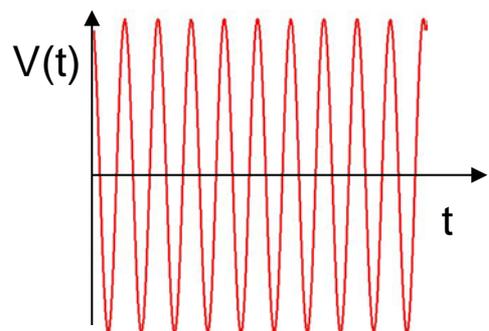
Las diferentes constantes dependen de las condiciones iniciales

## MÉTODO DE LA RESISTENCIA NEGATIVA (III)

Si no existiesen pérdidas óhmicas en el circuito (disipación de energía en forma de calor por efecto Joule):

$$R \rightarrow \infty \Rightarrow e^{-\frac{1}{2R \cdot C} \cdot t} \rightarrow 1 \Rightarrow v(t) = D \cdot \cos \left\{ \left[ \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \right] \cdot t + \phi \right\} = D \cdot \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (7a)$$

Siendo la frecuencia de oscilación de la señal:  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \cdot C}} \quad (8)$



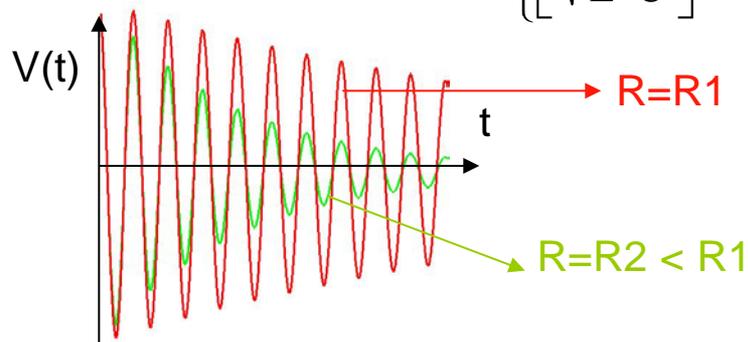
Fórmula de Thompson

SISTEMA NO-AMORTIGUADO

En un circuito real siempre se producirán pérdidas de energía: resistencia óhmica de la bobina y pérdidas en el dieléctrico del condensador. Si aún así las pérdidas no son muy grandes:

$$\frac{1}{L \cdot C} \square \left( \frac{1}{2R \cdot C} \right)^2 \Rightarrow R \square \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (9) \Rightarrow v(t) \square D \cdot e^{-\frac{1}{2R \cdot C} \cdot t} \cdot \cos \left\{ \left[ \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \right] \cdot t + \phi \right\} =$$

$$= D \cdot e^{-\frac{1}{2R \cdot C} \cdot t} \cdot \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (7b)$$



SISTEMA AMORTIGUADO

## MÉTODO DE LA RESISTENCIA NEGATIVA (IV)

Si las pérdidas fuesen muy grandes,  $\frac{1}{L \cdot C} \square \left( \frac{1}{2R \cdot C} \right)^2 \Rightarrow R \square \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$  (10)

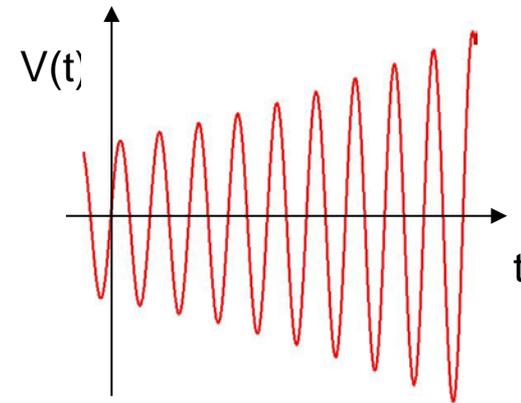
se podría demostrar que la tensión  $v(t)$  no oscilaría con el tiempo, sino que se amortiguaría exponencialmente con mayor o menor rapidez..

Por último, si pudiésemos conseguir que R fuese negativa y además:  $|R| \square \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$  (11)

Entonces la amplitud crecería con el tiempo según:

$$v(t) \square D \cdot e^{+\frac{1}{2R \cdot C} t} \cdot \cos \left\{ \left[ \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \right] \cdot t + \phi \right\} = D \cdot e^{+\frac{1}{2R \cdot C} t} \cdot \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (7c)$$

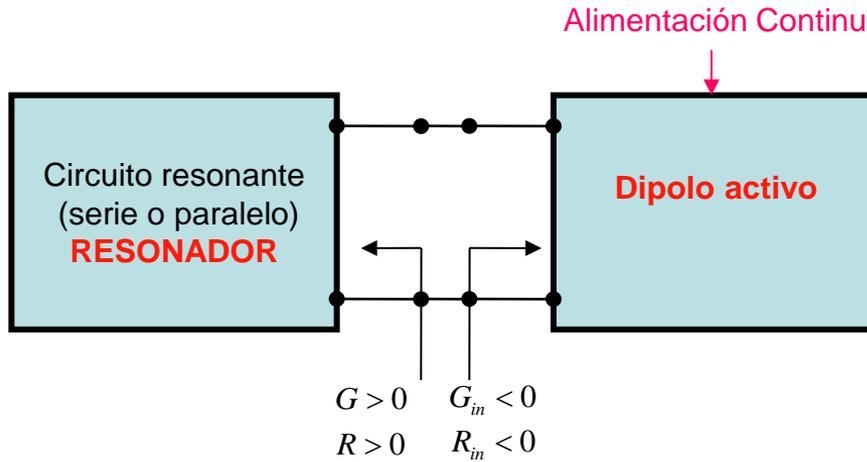
Lo cual no puede ser físicamente posible que se mantenga de forma indefinida con el tiempo.



Por lo tanto para conseguir que la señal generada se mantenga constante tanto en frecuencia como en amplitud a lo largo del tiempo (que es lo que se pretende en todo oscilador), es necesario compensar exactamente las pérdidas introducidas por la bobina y condensador reales con un dispositivo activo – dipolo – que presente entre sus bornas una impedancia con parte real resistiva negativa e igual en módulo a la R del tanque paralelo estudiado.

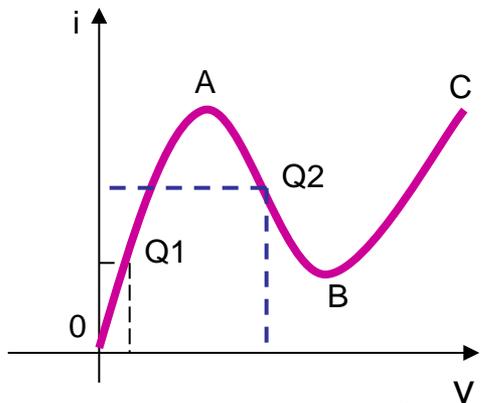
Por consiguiente el esquema de un oscilador basado en el principio de la resistencia negativa tomará la forma:

# MÉTODO DE LA RESISTENCIA NEGATIVA (V)



## RESISTENCIAS ESTÁTICA Y DINÁMICA (DIFERENCIAL)

- Físicamente no existe dispositivo alguno en el que el cociente entre la tensión en bornas y la corriente que lo atraviesa resulte una cantidad negativa. Es decir, no se puede construir una **resistencia estática** negativa.
- Ahora bien, podemos también definir un concepto equivalente a la resistencia pero teniendo en cuenta las variaciones de las corrientes y tensiones en bornas del dispositivo en torno a un punto de trabajo dado:



En los dos puntos de trabajo Q1 y Q2, el cociente entre la tensión estática y la corriente estática es POSITIVA → RESISTENCIA ESTÁTICA POSITIVA

En el punto Q1 al aumentar la tensión en bornas se produce un incremento de la corriente → RESISTENCIA DINÁMICA POSITIVA

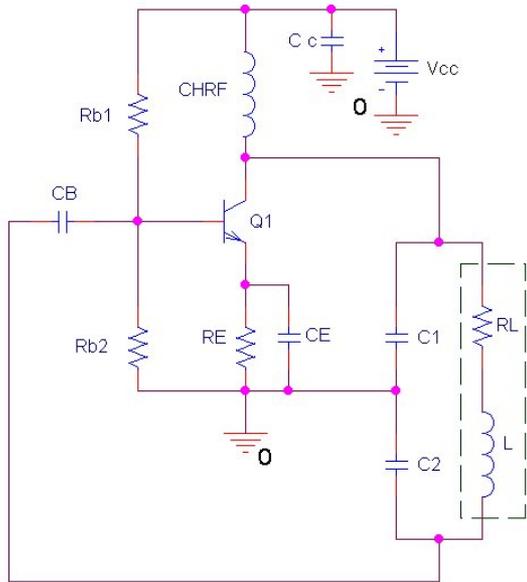
En el punto Q2 al aumentar la tensión en bornas se produce una disminución de la corriente → **RESISTENCIA DINÁMICA NEGATIVA**

Diodo Gunn, IMPATT etc

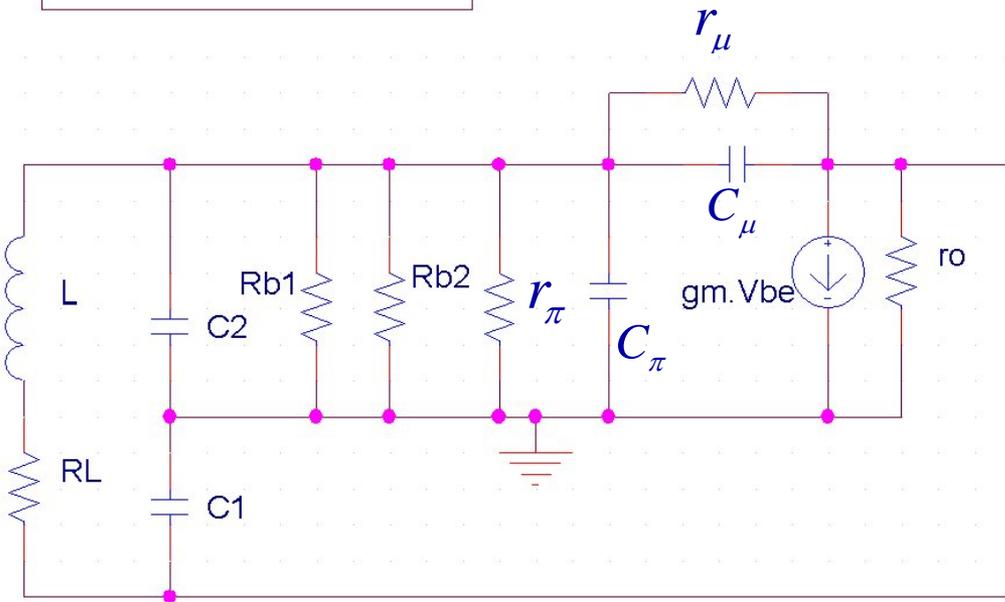
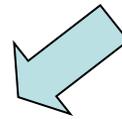
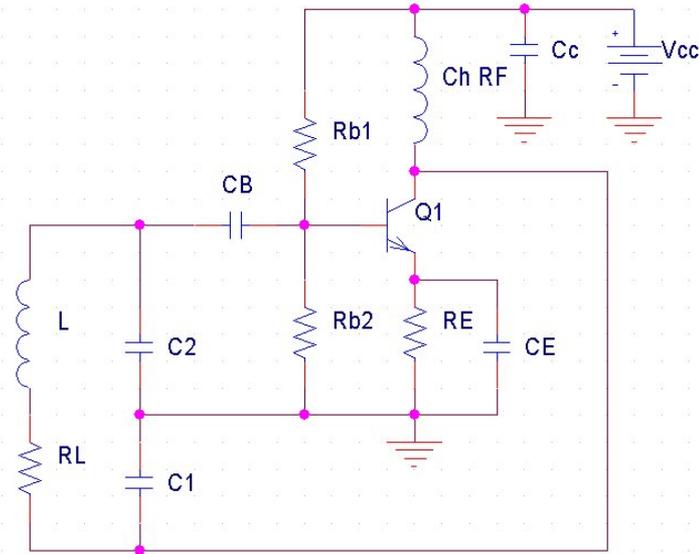
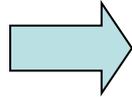
$$R_d = \text{Resistencia Dinámica} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta i} \Big|_Q = \frac{dv}{di} \Big|_Q \quad (12)$$

# MÉTODO DE LA RESISTENCIA NEGATIVA (VI)

## OSCILADOR COLPITTS COMO OSCILADOR DE RESISTENCIA NEGATIVA (I)



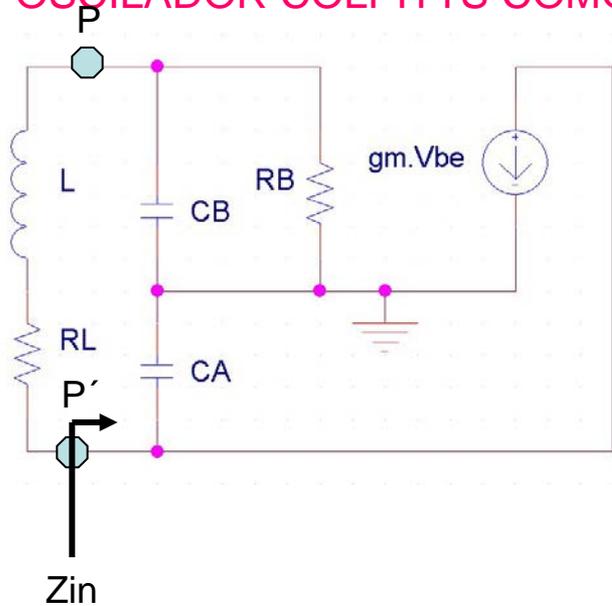
Lo redibujamos en la forma:



Agrupando componentes homólogos, y despreciando el efecto de  $r_\mu$  y  $C_\mu$  y  $r_o$ , queda: →

# MÉTODO DE LA RESISTENCIA NEGATIVA (VII)

## OSCILADOR COLPITTS COMO OSCILADOR DE RESISTENCIA NEGATIVA (II)



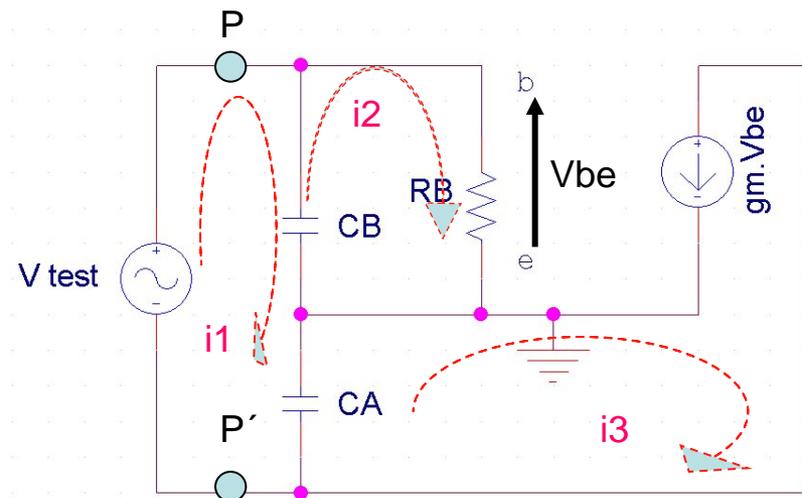
Podemos establecer el sistema de ecuaciones:

$$Z_{CB} = j \cdot X_B = j \cdot \left( \frac{-1}{\omega \cdot C_B} \right) \quad (13a)$$

$$Z_{CA} = j \cdot X_A = j \cdot \left( \frac{-1}{\omega \cdot C_A} \right) \quad (13b)$$

$$\begin{cases} V_{\text{test}} = i_1 \cdot (j \cdot X_A + j \cdot X_B) - i_2 \cdot (j \cdot X_B) - i_3 \cdot (j \cdot X_A) \\ 0 = -i_1 \cdot (j \cdot X_B) + i_2 \cdot (j \cdot X_B + R_B) \\ i_3 = -g_m \cdot V_{be} = -g_m \cdot i_2 \cdot R_B \end{cases} \quad (14)$$

Calculemos la impedancia  $Z_{in}$  entre los puntos P y P':



Resolviendo el sistema (14) se llega a:

$$\begin{aligned} Z_{in} &= \frac{V_{\text{test}}}{i_1} = \\ &= j \cdot (X_A + X_B) + \frac{X_B^2}{j \cdot X_B + R_B} + \frac{-g_m \cdot R_B \cdot X_A \cdot X_B}{j \cdot X_B + R_B} \quad (15) \end{aligned}$$

Elegimos los componentes de forma que:

$$|X_B| \ll R_B \Rightarrow \frac{|X_B|}{R_B} \ll 1 \quad (16) \Rightarrow \text{Se simplifica (15)} \rightarrow$$

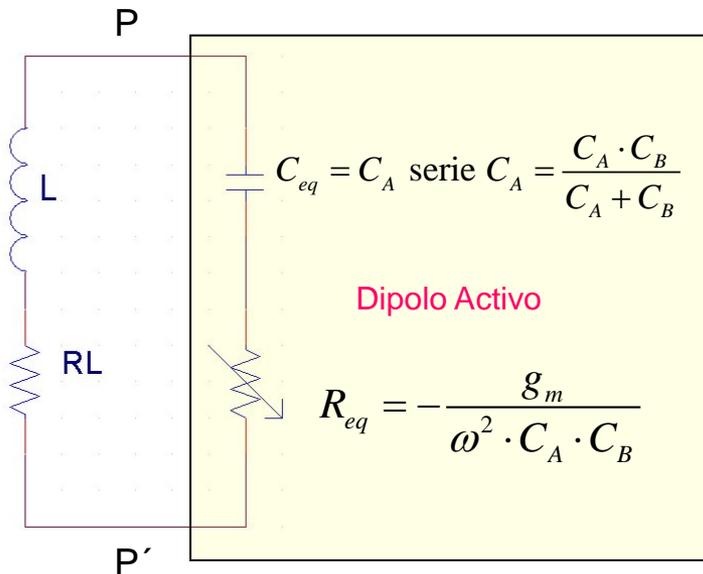
# MÉTODO DE LA RESISTENCIA NEGATIVA (VIII)

## OSCILADOR COLPITTS COMO OSCILADOR DE RESISTENCIA NEGATIVA (III)

$$Z_{in} = \frac{V_{test}}{i_1} \approx j \cdot (X_A + X_B) - g_m \cdot X_A \cdot X_B = j \cdot \left( \frac{-1}{\omega \cdot C_A} + \frac{-1}{\omega \cdot C_B} \right) + \frac{-g_m}{\omega^2 \cdot C_A \cdot C_B} =$$

$$\frac{1}{j\omega \cdot \frac{C_A \cdot C_B}{C_A + C_B}} + \frac{-g_m}{\omega^2 \cdot C_A \cdot C_B} \quad (17)$$

Por tanto cumpliéndose la condición (16), la impedancia de entrada se puede interpretar como:



La **frecuencia de oscilación** coincidirá con la de resonancia de la inductancia L y la capacidad equivalente:

$$\boxed{f_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C_{eq}}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot \frac{C_A \cdot C_B}{C_A + C_B}}} \quad (18a)$$

Y la **condición de arranque y mantenimiento** se verificará cuando la resistencia negativa equivalente supere las pérdidas óhmicas de la bobina:

$$\boxed{|R_{eq}| \geq R_L \Rightarrow \frac{g_m}{\omega_0^2 \cdot C_A \cdot C_B} \geq R_L} \quad (18b)$$

$$\boxed{g_m \cong \frac{h_{fe}}{h_{ie}} \geq \omega_0^2 \cdot C_A \cdot C_B \cdot R_L} \quad (19)$$

Se puede escribir de forma equivalente:

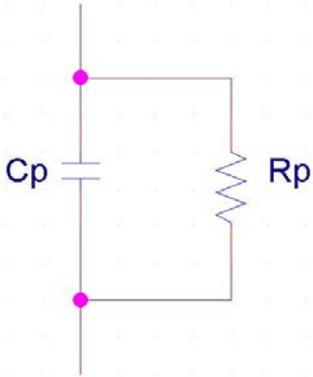
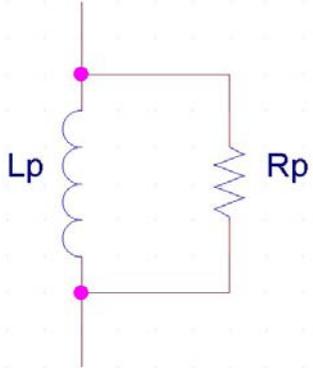
# MÉTODO DE LA RESISTENCIA NEGATIVA – APÉNDICE A (I)

## FACTORES DE CALIDAD (Q) DESCARGADO Y CARGADO DE UN RESONADOR.

**Q descargado (Qu):** Es la medida del factor de calidad de un elemento o elementos sin tener en cuenta el efecto del circuito donde se encuentra, es decir: se le considera aislado.

**Q cargado (Ql):** Es la medida del factor de calidad de un elemento o elementos teniendo presente el efecto del circuito físico que rodea a dicho elemento..

El factor de calidad de un elemento es una medida entre la relación de la energía que almacena y la que disipa.

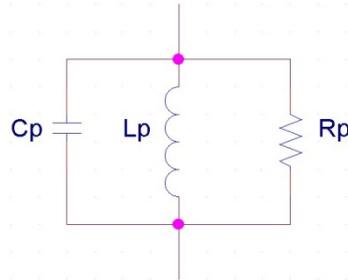
			
$Q_{cs} = \frac{1}{\omega \cdot C_s \cdot R_s} \quad (A1)$	$Q_{ls} = \frac{\omega \cdot L_s}{R_s} \quad (A2)$	$Q_{cp} = \omega \cdot C_p \cdot R_p \quad (A3)$	$Q_{lp} = \frac{R_p}{\omega \cdot L_p} \quad (A4)$

# MÉTODO DE LA RESISTENCIA NEGATIVA – APÉNDICE A (II)

Factor de calidad de un circuito

Tanque serie RLC

Factor de calidad de un circuito  
Tanque paralelo RLC



$$\frac{1}{Q_{RLC\_serie}} = \frac{1}{Q_{cs}} + \frac{1}{Q_{ls}} \quad (A5)$$

$$\frac{1}{Q_{RLC\_paralelo}} = \frac{1}{Q_{cp}} + \frac{1}{Q_{lp}} \quad (A6)$$

Se puede convertir un circuito serie a otro equivalente en paralelo (y viceversa) igualando la **impedancia** entre terminales y el **factor de calidad** de ambos equivalentes, llegándose a:

$$C_p = \frac{Q^2 \cdot C_s}{1 + Q^2} \approx C_s \quad (A7)$$

$$R_p = R_s \cdot (1 + Q^2) \approx R_s \cdot Q^2 \quad (A8)$$

$$L_p = L_s \cdot \left( \frac{1 + Q^2}{Q^2} \right) \approx L_s \quad (A9)$$

$$R_p = R_s \cdot (1 + Q^2) \approx R_s \cdot Q^2 \quad (A10)$$

Notas: 1ª las aproximaciones son válidas para altos valores de Q.

2ª.- Las R,C y L equivalentes son función de la frecuencia a la que se calcula el Q.

## MÉTODO DE LA RESISTENCIA NEGATIVA – APÉNDICE A (III)

: Si en el circuito tanque Serie RLC, atribuimos las mitad de la resistencia de pérdidas  $R_s$  a cada uno de los dos elementos reactivos, y calculando el factor de calidad a la frecuencia de resonancia tendremos:

$$\frac{1}{Q_{RLC\_serie\_ \omega_0}} = \frac{1}{Q_{cs}} + \frac{1}{Q_{ls}} = \omega_0 \cdot \frac{R_s}{2} \cdot C_s + \frac{R_s/2}{\omega_0 \cdot L_s} = \frac{\omega_0^2 \cdot R_s \cdot L_s \cdot C_s + R_s}{2 \cdot \omega_0 \cdot L_s} = \frac{2 \cdot R_s}{2 \cdot \omega_0 \cdot L_s} = \frac{R_s}{\omega_0 \cdot L_s} \Rightarrow$$

$$\boxed{Q_{RLC\_serie\_ \omega_0}} = \frac{\omega_0 \cdot L_s}{R_s} = \frac{1}{\sqrt{L_s \cdot C_s}} \cdot \frac{L_s}{R_s} = \boxed{\frac{1}{R_s} \cdot \sqrt{\frac{L_s}{C_s}}} \quad (A11)$$

: De la misma forma, si en el circuito tanque Paralelo asignamos el doble de resistencia de pérdidas  $R_p$  a cada elemento reactivo y hallamos el factor de calidad del conjunto a la pulsación de resonancia, se tendrá:

$$\frac{1}{Q_{RLC\_paralelo\_ \omega_0}} = \frac{1}{Q_{cp}} + \frac{1}{Q_{lp}} = \frac{1}{\omega_0 \cdot C_p \cdot 2 \cdot R_p} + \frac{\omega_0 \cdot L_p}{2 \cdot R_p} = \frac{1 + \omega_0^2 \cdot L_p \cdot C_p}{2 \cdot R_p \cdot \omega_0 \cdot C_p} = \frac{2}{2 \cdot R_p \cdot \omega_0 \cdot C_p} = \frac{1}{R_p \cdot \omega_0 \cdot C_p} \Rightarrow$$

$$\boxed{Q_{RLC\_paralelo\_ \omega_0}} = \omega_0 \cdot C_p \cdot R_p = \frac{1}{\sqrt{L_p \cdot C_p}} \cdot C_p \cdot R_p = \boxed{R_p \cdot \sqrt{\frac{C_p}{L_p}}} \quad (A12)$$

Las ecuaciones (A11) y (A12) nos dan unas pautas para elegir los elementos de un circuito resonante (RESONADOR) serie o paralelo para aumentar en lo posible el factor de calidad del conjunto.

## MÉTODO DE LA RESISTENCIA NEGATIVA – APÉNDICE A (IV)

Si el circuito resonador no se encuentra aislado, sino que se ve afectado por otros elementos de pérdidas existentes en el circuito, éstos se pueden incorporar en serie con  $R_s$  o en paralelo con  $R_p$  según se trate de un resonador serie o paralelo respectivamente.

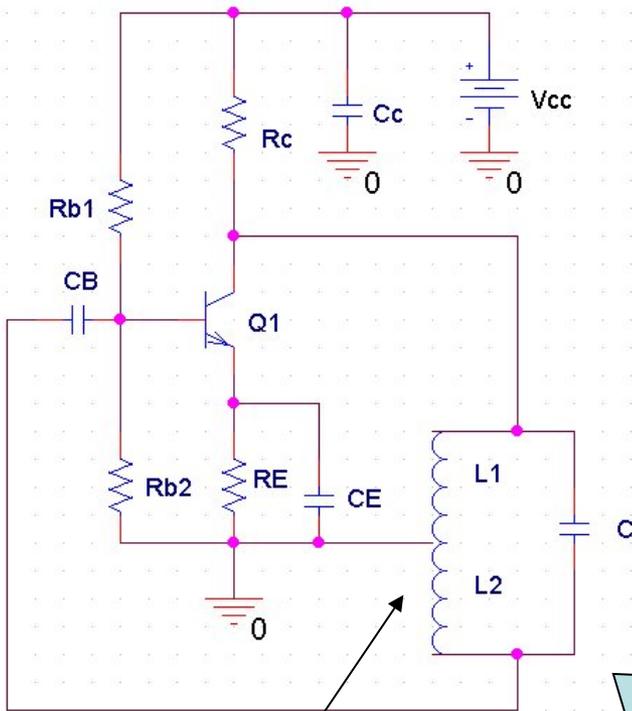
El factor de calidad hallado en estas nuevas condiciones se denomina **Q cargado** y es el que realmente habría que emplear al hacer los cálculos de un oscilador real.

-oOo-

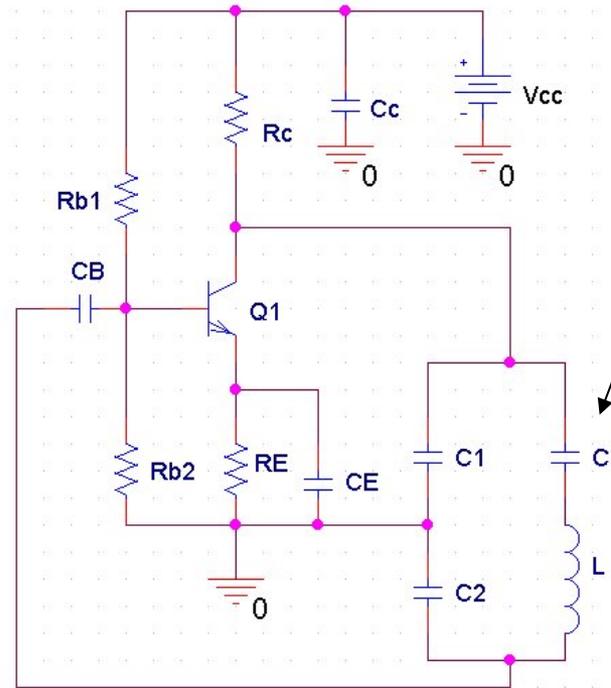
# OTROS OSCILADORES AUTOCONTROLADOS DE LA FAMILIA LC – (I)

Con la misma topología que el oscilador Colpitts estudiado, podemos encontrar diversas variantes algunas de las cuales reciben un nombre propio.

## Oscilador Hartley



## Oscilador Clapp



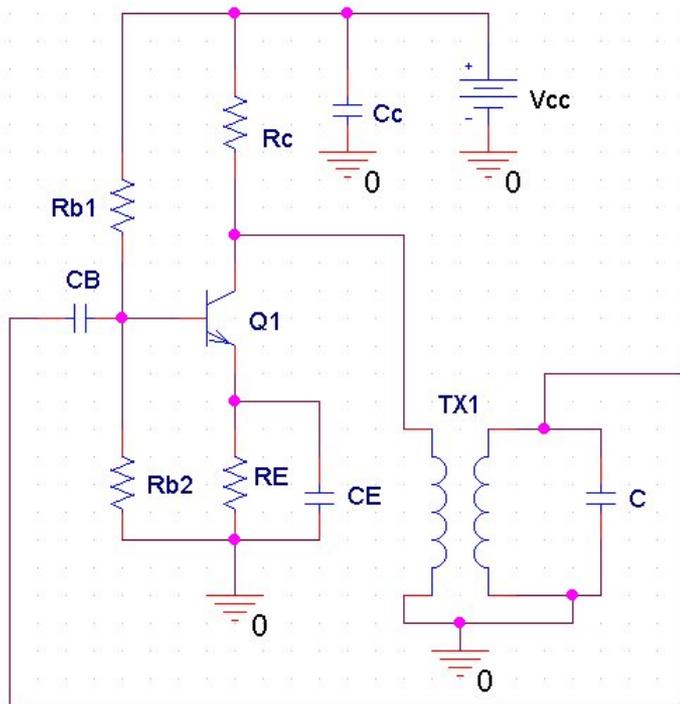
Normalmente se elige  $C3 \ll C1, C2$  de forma que la frecuencia de oscilación depende prácticamente sólo de  $C3$  y la condición de arranque depende sólo de  $C1$  y  $C2$

Poco usado al necesitar de dos Bobinas o una con toma intermedia

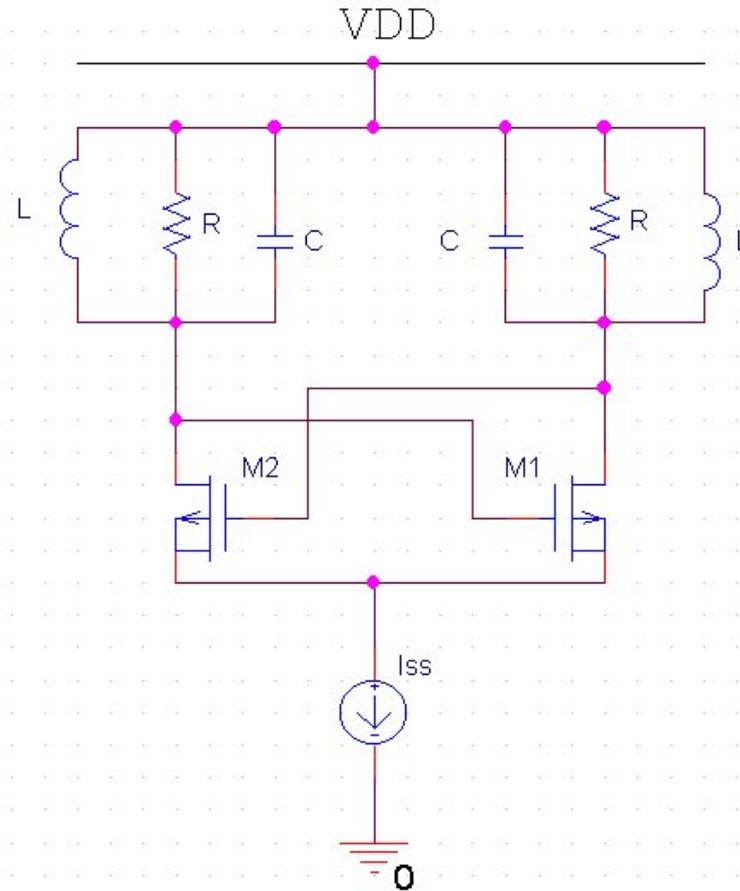
El resonador Hartley admite otras variantes

# OTROS OSCILADORES AUTOCONTROLADOS DE LA FAMILIA LC – (II)

## Oscilador con Transformador

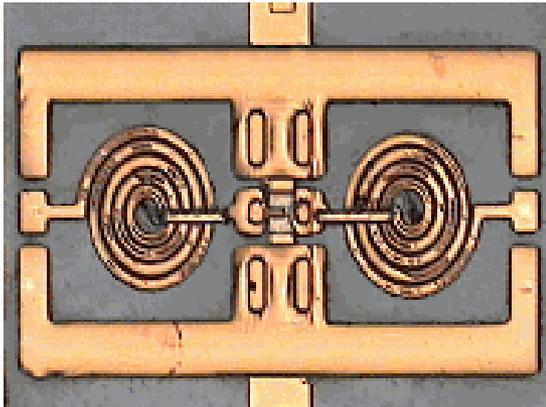


## Oscilador “Crossed-Coupled”

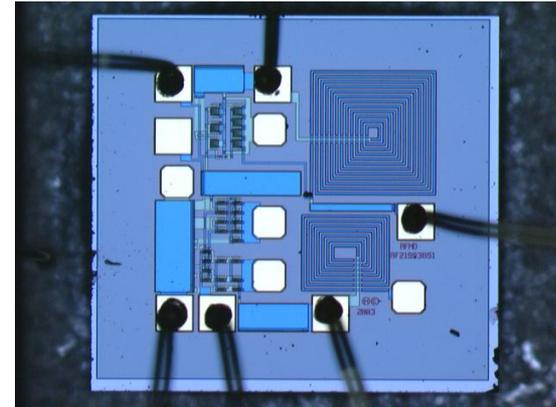


Observación final: Todos los esquemas presentados admiten múltiples variaciones en la práctica.

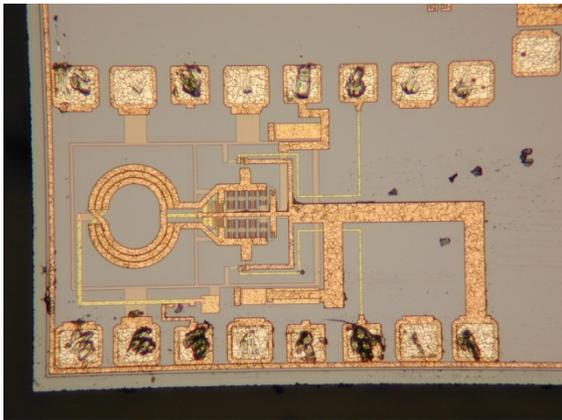
# OTROS OSCILADORES AUTOCONTROLADOS DE LA FAMILIA LC – (III)



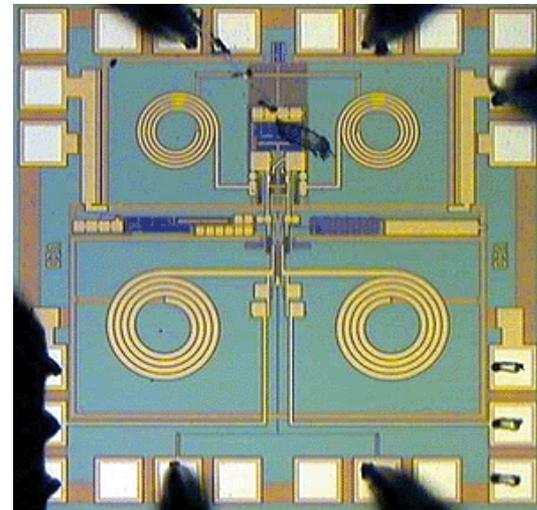
Oscilador MMIC 120 GHz  
SiGe 0,3 micras



Oscilador MMIC 60 GHz



Oscilador MMIC 5 GHz



Oscilador MMIC 2,4 GHz

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (I)

# Si en cualquier esquema de oscilador de frecuencia fija, se hace variable alguno de los elementos reactivos (inductancias o capacidades), se obtiene un oscilador de frecuencia variable.

# Por razones prácticas, siempre se prefiere variar una capacidad a una inductancia.

# Si la frecuencia se varía por medio de una tensión de control se tiene un **VCO** (*Voltage Controlled Oscillator*). Si la frecuencia cambia al modificar una corriente se habla de **CCO** (*Current Controlled Oscillator*)

# Los osciladores diseñados de manera discreta suelen ser VCO, los que se implementan en los circuitos integrados comerciales habitualmente adoptan la filosofía CCO. En estos últimos una corriente controla la carga y descarga de un condensador del resonador.

# En la práctica siempre resulta más fácil cambiar el valor de la capacidad del circuito resonador que el de la bobina (ya sea convencional o monolítica). Para esto se usan los diodos Varicap.

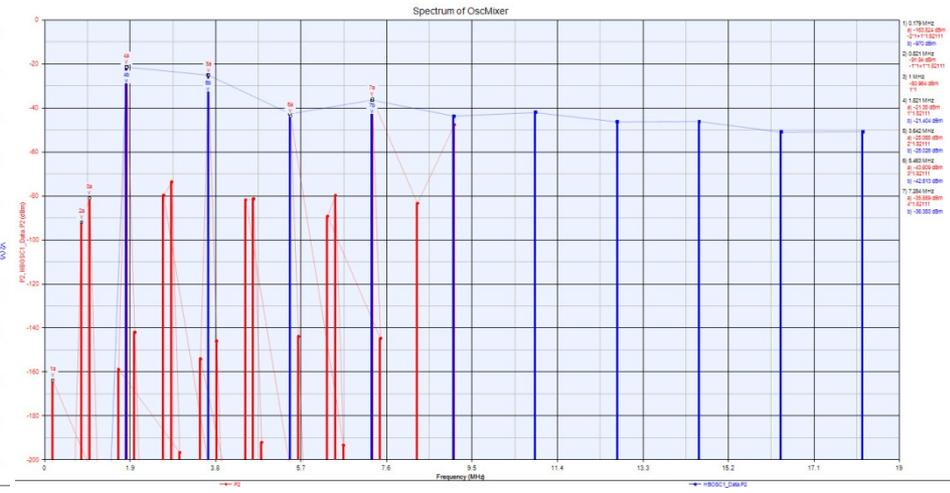
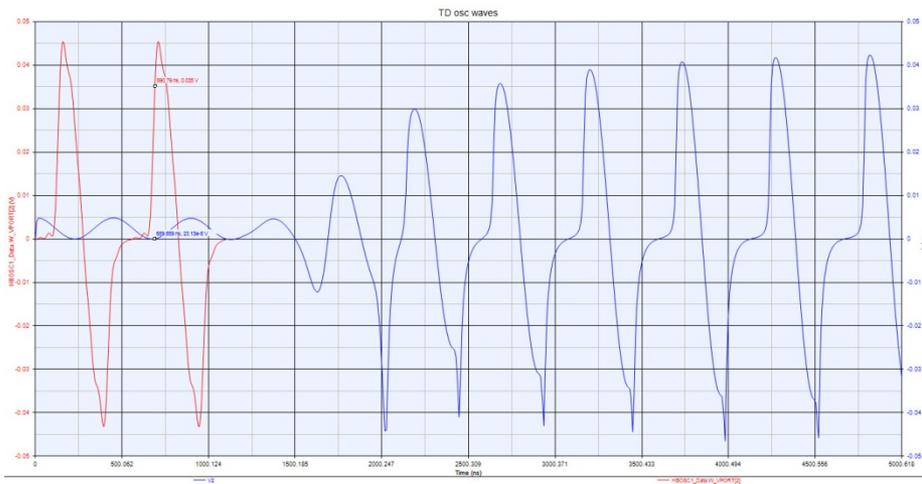
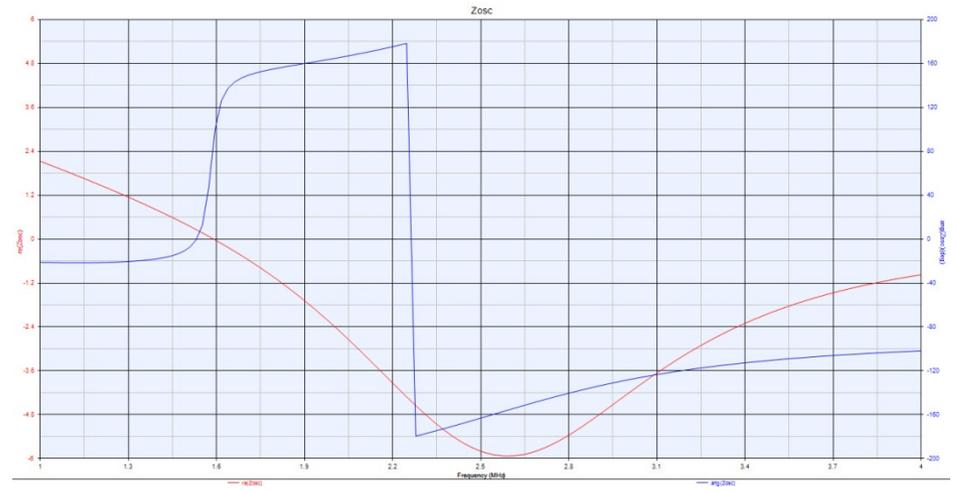
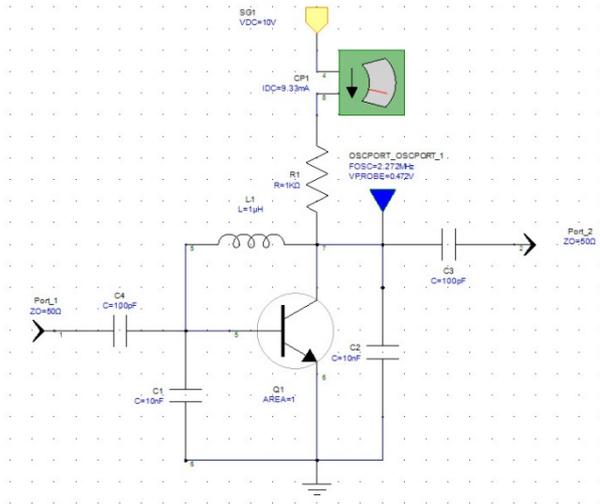
## DIODO VARICAP (I)

**Varicap** = **V**ariable **cap**acitor (TRW)

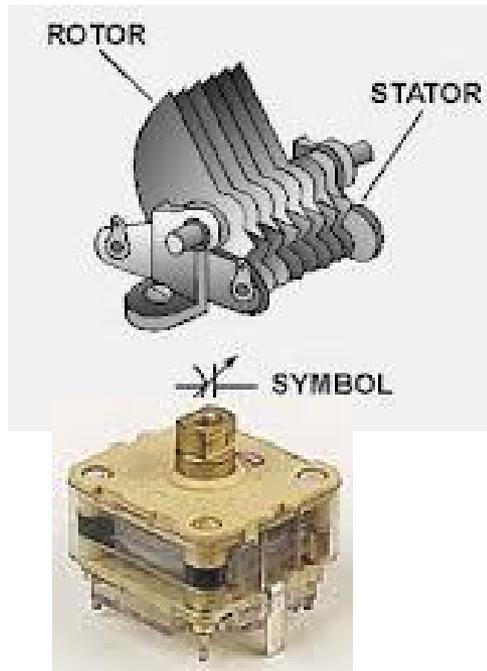
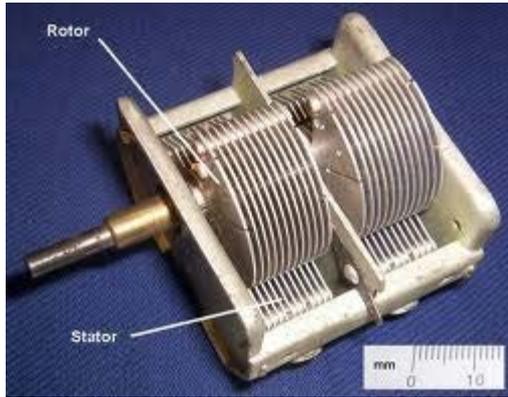
También se le denomina diodo **Varactor** (*Variable Reactor*), **V V C** (*Voltage Controlled Capacitor*) y **Epicap** (Motorola), **Tuning Diode**.

Es un diodo semiconductor pn con un perfil de dopado de impurezas adecuado y polarizado en inversa, cuya capacidad entre terminales es función de la tensión aplicada.

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (Ibis)



# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (Ibis2)



Condensadores Ajustables (Trimmer)

Condensadores variables

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (II)

## DIODO VARICAP (II)

La capacidad de una unión PN inversamente polarizada se puede escribir como:

$$C_j = \frac{K}{(V + \phi_0)^M} = \frac{K}{\phi_0^M \cdot \left(1 + \frac{V}{\phi_0}\right)^M} = \frac{C_{j0}}{\left(1 + \frac{V}{\phi_0}\right)^M} \quad (20) \quad \text{donde } C_{j0} \square \frac{K}{\phi_0^M}$$

Donde:

$\Phi_0$  = Potencial interno de contacto de la unión (depende del tipo de semiconductor)

Por ejemplo para Si  $\Phi_0 \sim 0,7 \text{ V}$ , GaAs  $\Phi_0 \sim 1,13 \text{ V}$

$V$  = Tensión aplicada (inversa)

$K$  = Constante que depende de la fabricación del diodo (dopado, geometría, etc).

$C_{j0}$  = Capacidad de la unión con tensión aplicada de 0 voltios.

$M$  = Exponente que define la ley de variación del perfil de impurezas y que determina la forma en la que varía la capacidad con la tensión:

$M = 1/2$  Unión Abrupta

$M = 1/3$  Unión Lineal

$M = 1$  Unión Hiper-abrupta

$M = 2$  Unión Super Hiper-abrupta

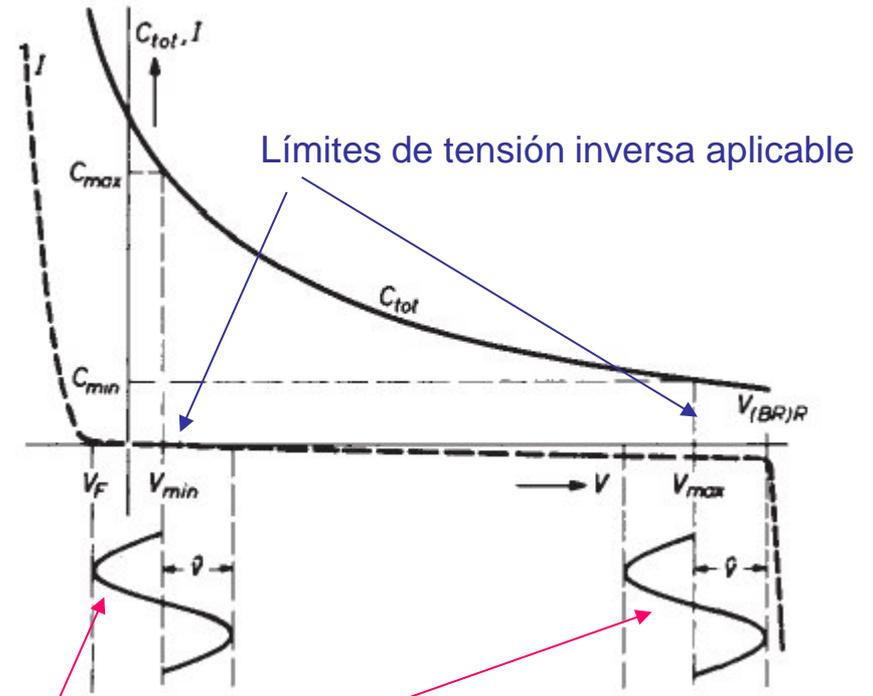
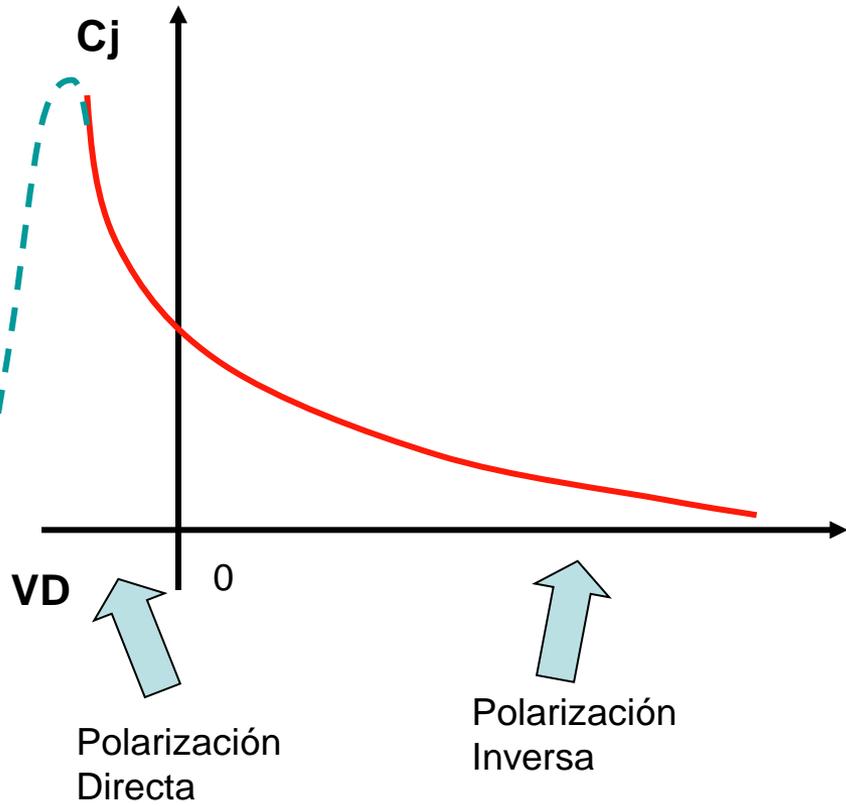
---

Nota importante: En muchas ocasiones la fórmula (20) aparece escrita como  
Donde se supone que la tensión  $V$  inversa está expresada en valor absoluto  
(por tanto con signo + aunque sea inversa)

$$C_j = \frac{C_{j0}}{\left(1 - \frac{V}{\phi_0}\right)^M}$$

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (Ilbis)

## DIODO VARICAP (Ilbis)



Señal alterna superpuesta a la polarización

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (III)

## DIODO VARICAP (III)

Como se observa de (20), hacen falta 4 parámetros para caracterizar el comportamiento de un diodo varicap. Estos parámetros los puede indicar el fabricante en forma de tabla, gráfica en sus hojas de características o, en su defecto se deben medir directamente en laboratorio. O bien se puede intentar deducirlos de manera más o menos ingeniosa.

La mínima tensión (en módulo)  $V$  aplicada debe asegurar que el diodo está polarizado en inversa y la máxima (en módulo) debe ser inferior a la tensión de ruptura o avalancha del dispositivo.

Si en resonador de un oscilador sólo existiese un único condensador “diodo varicap” junto con la inductancia  $L$ , la frecuencia de resonancia del circuito ( y por tanto la de oscilación) sería:

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C_j}} \Rightarrow f_o \propto C_j^{-\frac{1}{2}} \propto (V + \phi_0)^{\frac{M}{2}} \quad (21)$$

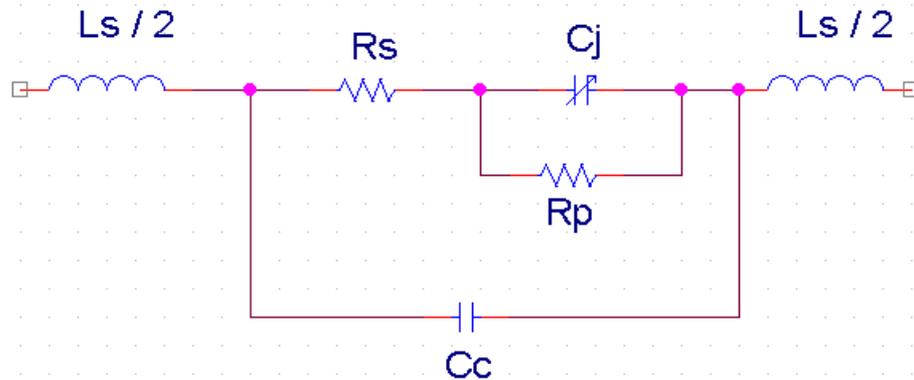
con lo que la frecuencia del VCO variará linealmente con la tensión de control si elegimos un diodo con una ley de variación  $M = 2$  (super hiper-abrupta).

En la práctica, suelen haber más capacidades implicadas en el resonador y además el propio diodo varicap se comporta de forma más complicada que un simple condensador variable.

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (IV)

## DIODO VARICAP – CIRCUITO EQUIVALENTE (IV)

En general el circuito eléctrico equivalente de un diodo varicap adopta la forma:



Donde:

$C_j$  = Capacidad de la unión

$R_s$  = Resistencia equivalente de pérdidas de semiconductor.

$L_s/2$  = Inductancia de cada terminal.

$R_p$  = Resistencia de fugas del material semiconductor

$C_c$  = Capacidad del encapsulado.

Los valores de los componentes parásitos  $R_s$ ,  $R_p$  y  $L_s$  cambian con la frecuencia de trabajo de la señal aplicada en bornas.  $C_j$  depende de la amplitud de la tensión y  $C_c$  es fija.

Los valores de estos componentes del circuito equivalente los suministran algunos fabricantes en sus hojas características, pero en otros casos en que se carece de esta información es necesario medirlos en laboratorio, o suponerlos según valores típicos o, en última instancia, despreciarlos y después hacer los ajustes necesarios sobre el circuito real montado.

Hay diferentes parámetros que hay que tener en cuenta al hora de elegir un diodo varicap para una aplicación concreta de VCO: Factor de calidad (Q), Relación de Capacidades y Factor de Cobertura del Oscilador (entre otros).

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (V)

## DIODO VARICAP – PARÁMETROS (V)

Uno de los parámetros que más degradan el ruido de fase de un VCO es el bajo factor de calidad del diodo (o diodos) varicap utilizados en el resonador.

Se puede demostrar que, en general, la forma en la que varía el factor de calidad Q de un diodo varicap (despreciando algunos efectos parásitos menores) es:

### Factor de Calidad (Q)

$$Q_{\text{varicap}} \approx \frac{\omega \cdot C_j \cdot R_p}{1 + \omega^2 \cdot C_j^2 \cdot R_p \cdot R_s} \quad (22)$$

Donde  $\omega$  es la pulsación de la señal aplicada en bornas.

La pulsación que maximiza este factor de calidad es:

$$\omega_{\text{max } Q} = \frac{1}{C_j \cdot (R_p \cdot R_s)^{1/2}} \quad (23) \Rightarrow \text{sustituyendo en (22): } Q_{\text{MAX\_varicap}} = \sqrt{\left(\frac{R_p}{4R_s}\right)} \quad (24)$$

Por tanto nos interesa buscar un dispositivo con Rp lo mayor posible y mínima Rs.

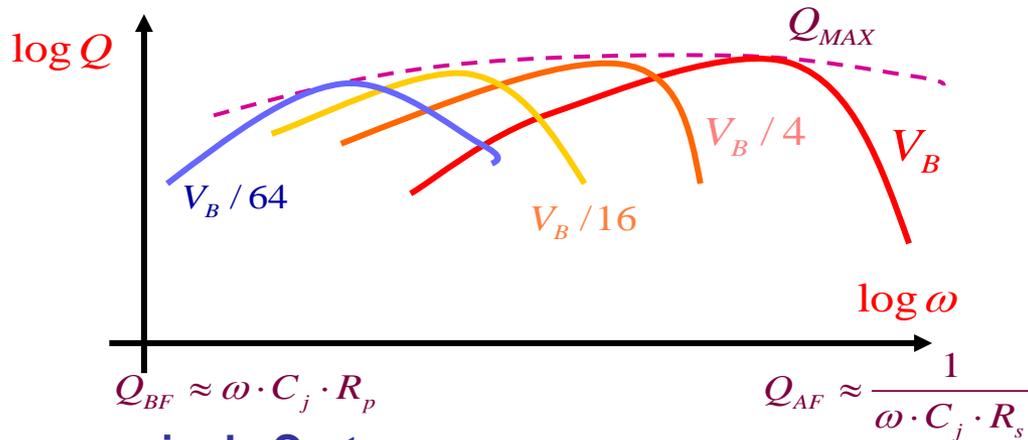
□ En la zona de bajas frecuencias Rs es despreciable:  $Q_{BF} \approx \omega \cdot C_j \cdot R_p \Rightarrow Q$  crece con  $\omega$

□ En la zona de altas frecuencias Rs es muy alta:  $Q_{AF} \approx \frac{1}{\omega \cdot C_j \cdot R_s} \Rightarrow Q$  decrece con  $\omega$

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (VI)

## DIODO VARICAP – PARÁMETROS (VI)

**D** En general el factor de calidad depende no sólo de la frecuencia, sino también de la tensión inversa aplicada con relación a la de ruptura de la unión  $V_B$ :



Se observa que, en general, interesa operar con tensiones los más próximas posible a la máxima que soporta el dispositivo, para mejorar su  $Q$ .

### Frecuencia de Corte:

Es la frecuencia a la que el factor de calidad vale la unidad.  $f_{co} = \frac{1}{2\pi \cdot R_s \cdot C_j}$  (25)

**Factor de Cobertura de un VCO:**  $\frac{f_{o,MAX}}{f_{o,MIN}}$  (26)

### Relación de Sintonía (TR = Tuning Ratio) o Relación de Capacidades de un diodo Varicap

Se debe hacer distinción entre:

$$TR_j(\text{union}) \square \frac{C_j(V = V_1)}{C_j(V = V_2)} \quad (27a) \quad \text{y} \quad TR_{DV}(\text{diodo\_cmlpleto}) \square \frac{C_D(V = V_1)}{C_D(V = V_2)} \quad (27b)$$

Donde en el segundo caso se tiene en cuenta la presencia de la capacidad del encapsulado.

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (VII)

## DIODO VARICAP – PARÁMETROS (VII)

En general se puede escribir:  $C_{DV} \approx C_j + C_c \Big|_{C_c \approx C_j} \approx C_j \Rightarrow TR_j \approx TR_{DV}$

Teniendo en cuenta (20) y (27) se llega a:

$$\boxed{TR_j} = \frac{C_j(V = V_1)}{C_j(V = V_2)} = \frac{K}{(V_1 + \phi_0)^M} \cdot \frac{(V_2 + \phi_0)^M}{K} = \left[ \frac{V_2 + \phi_0}{V_1 + \phi_0} \right]^M \Big|_{\text{si } \phi_0 \approx |V|} \approx \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^M \quad (28)$$

Si, como antes, suponemos que el único elemento capacitivo que afecta al resonador es la presencia de un diodo varicap, es posible también relacionar:

$$\boxed{\text{Factor de Cobertura VCO}} = \frac{f_0(V = V_1)}{f_0(V = V_2)} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{j(V1)}}} \cdot \frac{2\pi\sqrt{LC_{j(V2)}}}{1} = \sqrt{\frac{C_{j(V2)}}{C_{j(V1)}}} = \boxed{\sqrt{TR_j}} \quad (29)$$

En la práctica el factor de Cobertura real alcanzado por el VCO cuando al varicap se le aplican unas tensiones inversas extremas  $V_1$  y  $V_2$ , es sensiblemente inferior al valor optimista de (29), y en general no suele pasar valores muy superiores a una octava.

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (VIII)

## DIODO VARICAP – Ejemplos(VIII)

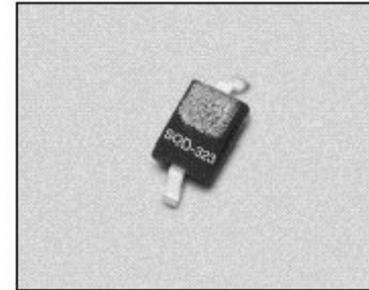
### Hyperabrupt Junction Tuning Varactor



SMV1265-011

#### Features

- High Tuning Ratio
- Low Series Resistance
- SOD-323 and SC-79 Packages
- Designed for High Volume, Low Cost Applications
- Available in Tape and Reel Packaging



#### Description

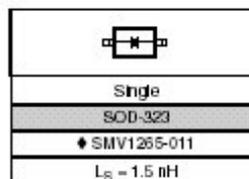
The SMV1265 is designed for very high capacitance tuning ratio while having low series resistance, which makes this device especially attractive for wide band VCO applications.

#### Absolute Maximum Ratings

Characteristic	Value
Forward Current ( $I_F$ )	20 mA
Power Dissipation ( $P_D$ )	250 mW
Storage Temperature ( $T_{ST}$ )	-55°C to +150°C
Operating Temperature ( $T_{OP}$ )	-55°C to +125°C

#### Electrical Specifications at 25°C

Parameter	Condition	Min.	Typ.	Max.	Unit
Reverse Current ( $I_R$ )	$V_R = 26\text{ V}$			20.00	nA
Capacitance ( $C_T$ )	$C_T @ 1\text{ V}, V_R = 1\text{ V}, F = 1\text{ MHz}$	12.50	13.8	14.70	pF
Capacitance ( $C_T$ )	$C_T @ 26\text{ V}, V_R = 26\text{ V}, F = 1\text{ MHz}$	0.58	0.7	0.83	pF
Capacitance Ratio ( $C_{TR}$ )	$C_T (1\text{ V})/C_T (26\text{ V})$	17.70	19.5		
Series Resistance ( $R_S$ )	$V_R = 1\text{ V}, F = 470\text{ MHz}$		2.4		$\Omega$
Breakdown Voltage ( $V_{BR}$ )	$I_R = 10\ \mu\text{A}$	28.00			V

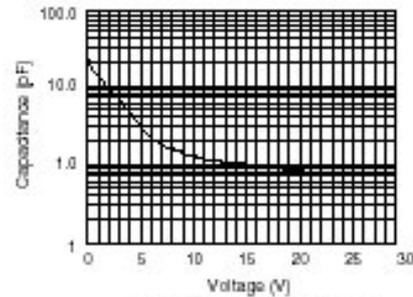


◆ Available through distribution.  
For other packages or configurations

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (IX)

## DIODO VARICAP – Ejemplos(IX)

Typical Performance Data

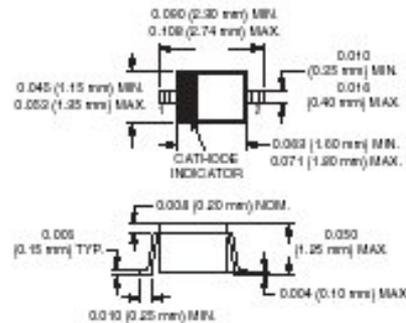


Capacitance vs. Voltage

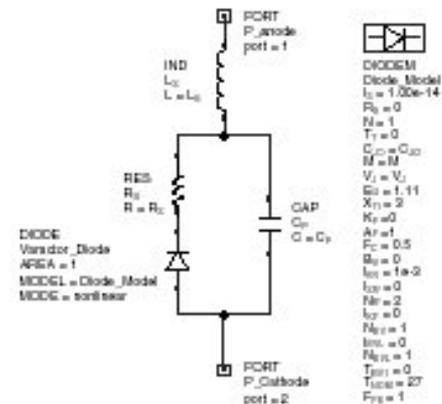
Capacitance vs. Voltage

$V_{bi}(V)$	$C_T(pF)$
0.0	22.47
0.5	17.41
1.0	14.26
2.0	10.23
3.0	7.40
4.0	5.15
5.0	3.98
6.0	2.97
7.0	1.88
8.0	1.61
9.0	1.45
10.0	1.30
12.0	1.12
14.0	1.05
16.0	0.97
18.0	0.91
20.0	0.83
22.0	0.78
24.0	0.75
26.0	0.73
28.0	0.73
30.0	0.71

SOD-323



SPICE Model



Part Number	$C_{j0}(pF)$	$V_j(V)$	M	$C_p(pF)$	$R_s(\Omega)$	$L_s(nH)$
BMV1265	22.5	30	13	0.71	2.4	1.7

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (X)

## DIODO VARICAP – Ejemplos(X)

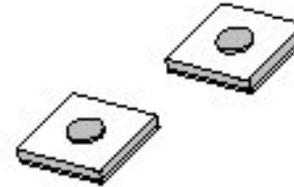
### Silicon Hyperabrupt Varactor Diode Chips



SMV2019 to SMV2023

#### Features

- High Q for Low Loss Resonators
- Low Leakage Current
- High Tuning Ratio for Wideband VCOs
- SPICE Model Parameters
- Small Footprint Chip Design



#### Description

Alpha Industries' product line of silicon hyperabrupt junction varactor diode chips are processed using established ion-implantation technology resulting in low  $R_S$  wide tuning ratio devices with high Q values. These planar chips have a small outline size (12 x 12 mils

nominal) and are fully passivated resulting in low leakage current and high reliability. These varactor chips are intended for assembly in hybrid integrated circuit resonators used in VCOs and analog tuned filters.

#### Electrical Specifications at 25°C

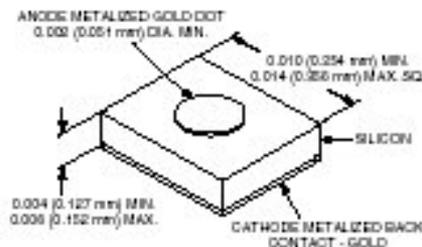
Part Number	$C_J @ 0 V$ (pF) <sup>1</sup>		$C_J @ 4 V$ (pF)		$C_J @ 20 V$ (pF)		$Q @ 4 V$ 50 MHz <sup>2</sup>	1 GHz $R_S @ 4 V(\Omega)$	$I_n @ 17.6 V$ (nA) <sup>3</sup>	Contact Diam. (mils) <sup>4</sup>
	Typ.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Typ.	Max.	Norm.	
SMV2019-000	2.3	0.68	0.88	0.13	0.23	500	4.8	50	2.00	
SMV2020-000	3.1	1.13	1.43	0.23	0.33	500	4.1	50	2.50	
SMV2021-000	4.5	1.58	1.98	0.32	0.44	500	2.8	50	3.00	
SMV2022-000	7.1	2.48	3.08	0.48	0.68	400	2.2	50	3.75	
SMV2023-000	10.8	4.28	5.28	0.78	1.08	400	1.4	50	5.00	

1. All capacitance values specified at 1 MHz.  
2. 50 MHz Q calculated from 1 GHz  $R_S$  and 1 MHz  $C_J$ .

3.  $I_n$  at 10  $\mu A$  specified at 22 V Min.  
4. Outline drawing 149-901.

#### Outline Drawing

149-901



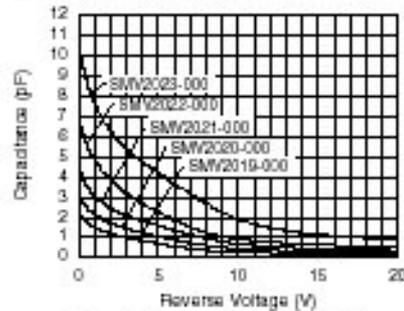
#### Absolute Maximum Ratings

Characteristic	Value
Reverse Voltage ( $V_R$ )	22 V
Forward Current ( $I_F$ )	100 mA
Power Dissipation at 25°C ( $P_D$ )	250 mW
Operating Temperature ( $T_{OP}$ )	-55°C to +150°C
Storage Temperature ( $T_{ST}$ )	-65°C to +200°C

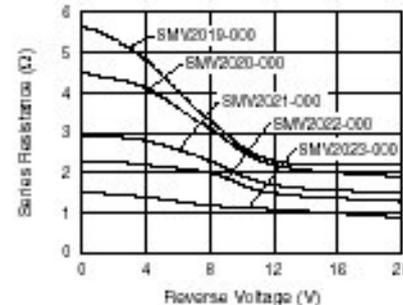
# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XI)

## DIODO VARICAP – Ejemplos(XI)

### Typical Performance Data



Capacitance vs. Reverse Voltage

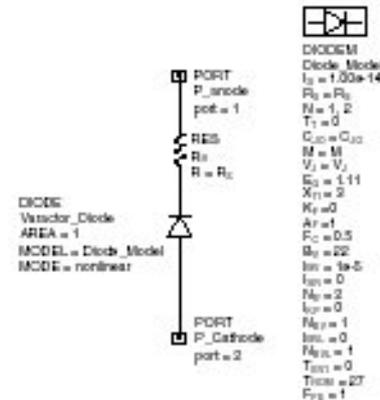


Series Resistance vs. Voltage @ 1 GHz

### Typical Capacitance Values

V <sub>R</sub> (V)	SMV2019 C <sub>J</sub> (pF)	SMV2020 C <sub>J</sub> (pF)	SMV2021 C <sub>J</sub> (pF)	SMV2022 C <sub>J</sub> (pF)	SMV2023 C <sub>J</sub> (pF)
0.0	2.25	3.14	4.48	7.08	10.76
0.5	1.79	2.5	3.57	5.68	8.78
1.0	1.53	2.16	3.09	4.88	7.67
2.0	1.19	1.72	2.45	3.89	6.31
3.0	0.99	1.44	2.09	3.19	5.38
4.0	0.84	1.24	1.83	2.71	4.75
5.0	0.71	1.07	1.60	2.30	4.21
6.0	0.57	0.90	1.37	1.87	3.68
7.0	0.46	0.74	1.17	1.52	3.17
8.0	0.38	0.61	0.97	1.25	2.68
9.0	0.33	0.52	0.81	1.07	2.25
10.0	0.29	0.46	0.69	0.94	1.89
11.0	0.26	0.42	0.61	0.85	1.66
12.0	0.24	0.38	0.56	0.78	1.49
13.0	0.23	0.36	0.51	0.73	1.35
14.0	0.21	0.34	0.48	0.69	1.24
15.0	0.20	0.32	0.45	0.65	1.16
16.0	0.19	0.31	0.43	0.62	1.10
17.0	0.19	0.29	0.41	0.59	1.04
18.0	0.18	0.28	0.39	0.57	0.99
19.0	0.17	0.27	0.38	0.55	0.95
20.0	0.16	0.26	0.36	0.54	0.91

### SPICE Model



$$C_V = \frac{C_{J0}}{\left(1 + \frac{V_R}{V_J}\right)^M} + C_p$$

Part Number	C <sub>J0</sub> (pF)	V <sub>J</sub> (V)	M	R <sub>S</sub> (Ω)
SMV2019	2.3	3.5	1.40	4.8
SMV2020	3.3	3.6	1.30	4.1
SMV2021	4.5	3.9	1.34	2.8
SMV2022	7.1	4.0	1.40	2.2
SMV2023	10.8	4.6	1.45	1.4

SPICE model parameters extracted from measured characteristics may not reflect exact physical or electronic properties. See application note APN1004.

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XII)

## DIODO VARICAP – Ejemplos(XII)

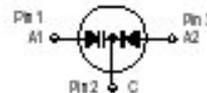
**MOTOROLA**  
SEMICONDUCTOR TECHNICAL DATA

Order this document  
by MV104/D

### Silicon Tuning Diode

This device is designed for FM tuning, general frequency control and tuning, or any top-of-the-line application requiring back-to-back diode configurations for minimum signal distortion and detuning.

- High Figure of Merit —  $Q = 140$  (Typ) @  $V_R = 3.0$  Vdc,  $f = 100$  MHz
- Guaranteed Capacitance Range  
37–42 pF @  $V_R = 3.0$  Vdc (MV104)
- Dual Diodes — Save Space and Reduce Cost
- Monolithic Chip Provides Near Perfect Matching — Guaranteed  $\pm 1.0\%$  (Max) Over Specified Tuning Range



**MV104**

DUAL  
VOLTAGE VARIABLE  
CAPACITANCE DIODE



CASE 20-04, STYLE 15  
TO-92 (TO-226AA)

#### MAXIMUM RATINGS (EACH DIODE)

Rating	Symbol	Value	Unit
Reverse Voltage	$V_R$	32	Vdc
Forward Current	$I_F$	200	mAdc
Total Power Dissipation @ $T_A = 25^\circ\text{C}$ Derate above $25^\circ\text{C}$	$P_D$	260 2.8	mW mW/°C
Junction Temperature	$T_J$	+125	°C
Storage Temperature Range	$T_{stg}$	-55 to +150	°C

#### ELECTRICAL CHARACTERISTICS ( $T_A = 25^\circ\text{C}$ unless otherwise noted) (EACH DIODE)

Characteristic	Symbol	Min	Typ	Max	Unit
Reverse Breakdown Voltage ( $I_R = 10 \mu\text{A}$ )	$V_{(BR)R}$	32	—	—	Vdc
Reverse Voltage Leakage Current $T_A = 25^\circ\text{C}$ ( $V_R = 30$ Vdc) $T_A = 60^\circ\text{C}$	$I_R$	—	—	50 500	nA nA
Diode Capacitance Temperature Coefficient ( $V_R = 4.0$ Vdc, $f = 1.0$ MHz)	$TC_C$	—	280	—	ppm/°C

Device	$C_T$ , Diode Capacitance $V_R = 3.0$ Vdc, $f = 1.0$ MHz pF		$Q$ , Figure of Merit $V_R = 3.0$ Vdc $f = 100$ MHz		$C_R$ , Capacitance Ratio $C_2/C_{30}$ $f = 1.0$ MHz	
	Min	Max	Min	Typ	Min	Max
MV104	37	42	100	140	2.5	2.8

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XIII)

## DIODO VARICAP – Ejemplos(XIII)

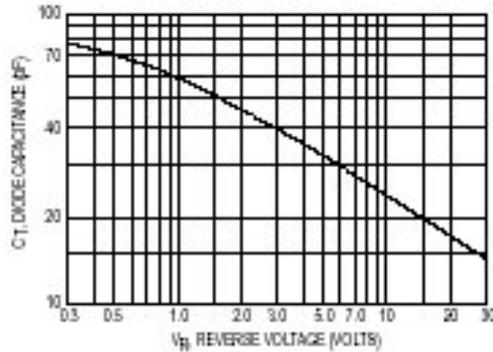


Figure 1. Diode Capacitance (Each Diode)

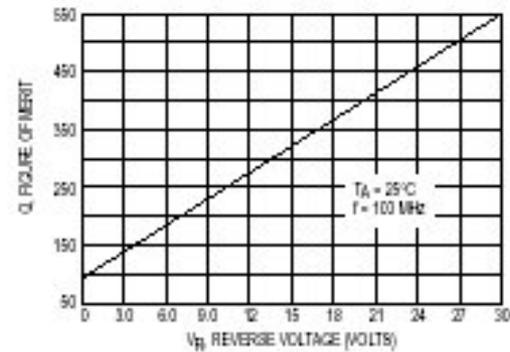


Figure 2. Figure of Merit versus Voltage

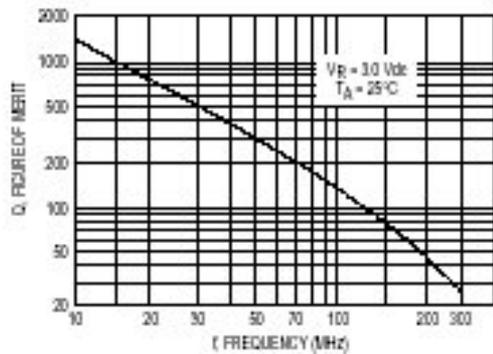


Figure 3. Figure of Merit versus Frequency

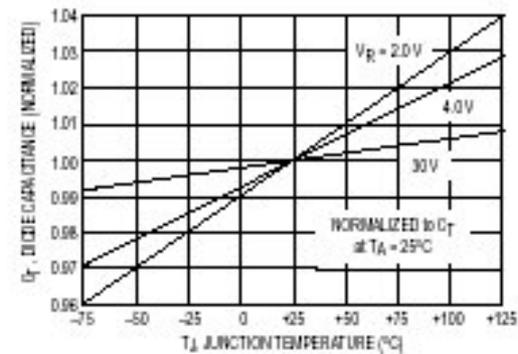


Figure 4. Diode Capacitance versus Temperature

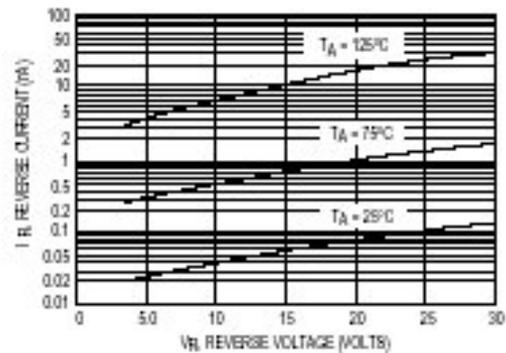


Figure 5. Reverse Current versus Reverse Voltage

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XIV)

## DIODO VARICAP – Ejemplos(XIV)

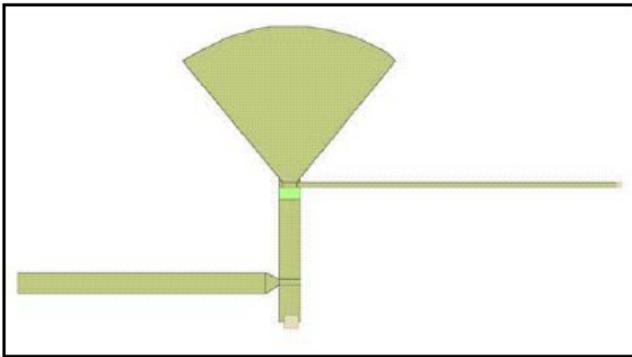


Figure 3 · Microstrip test fixture with tapped line and bias circuit.

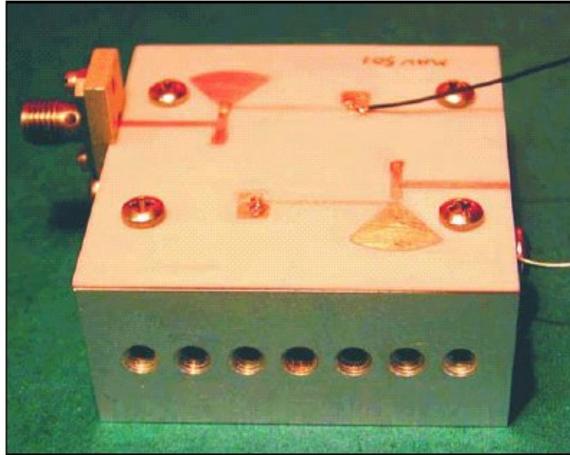


Figure 5 · Test fixture with diode mounted for  $S_{11}$  measurement.

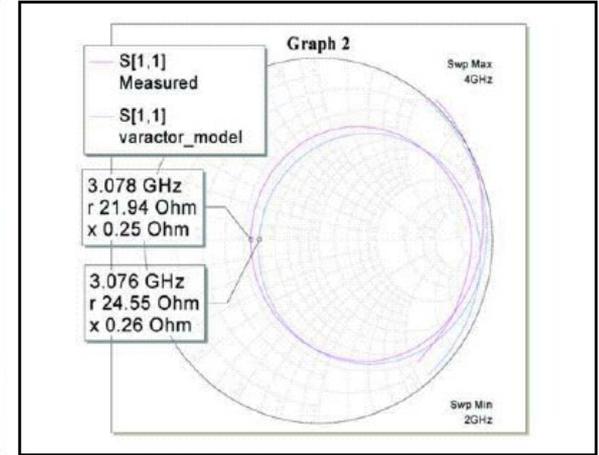


Figure 6 · Measured and modeled response at  $V = -4$  V.

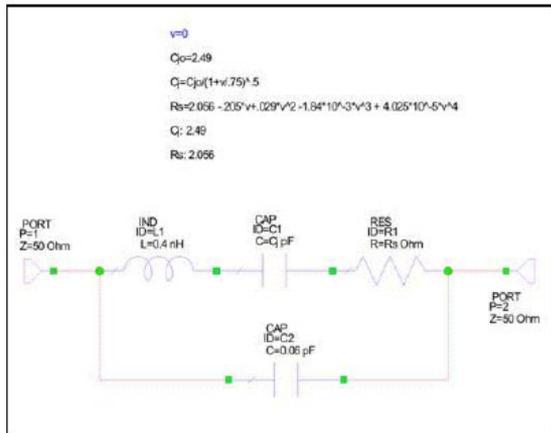


Figure 9 · Derived model at 3 GHz with equations for  $C_j$  and  $R_s$  as functions of  $V$ .

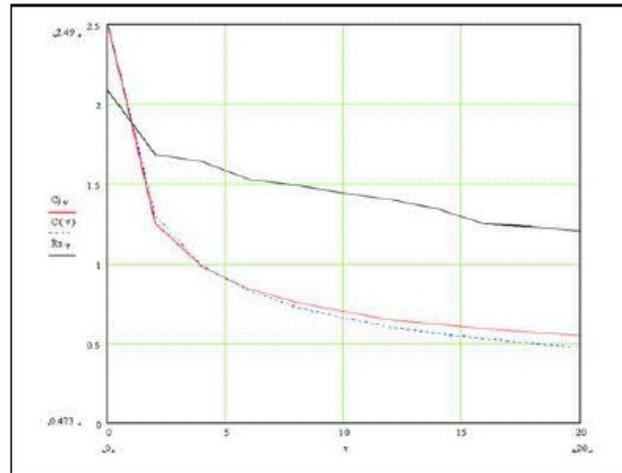


Figure 7 ·  $C_j$  and  $R_s$  computed from model and the calculated value of  $C(v)$ .

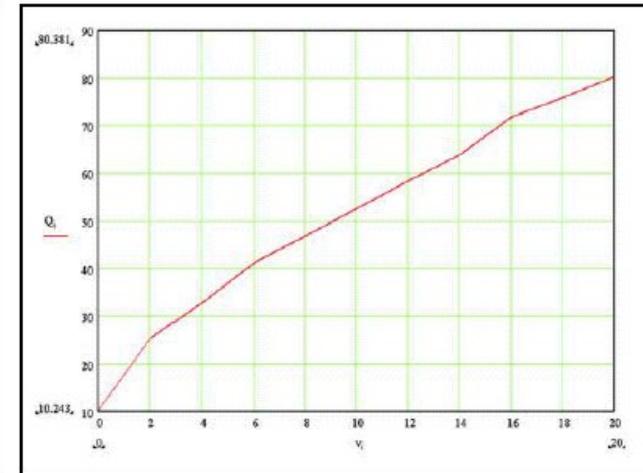


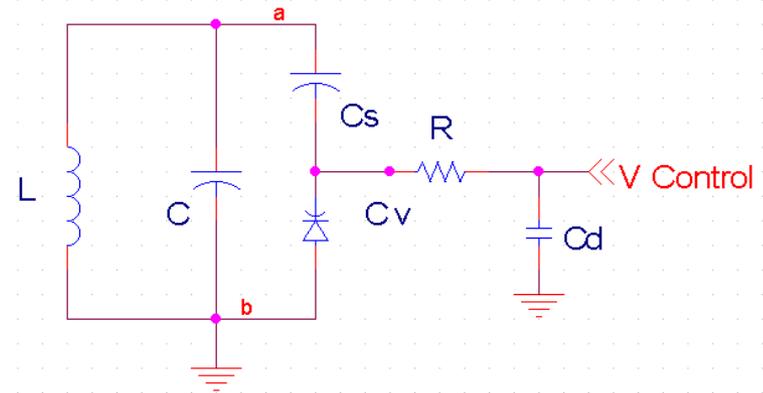
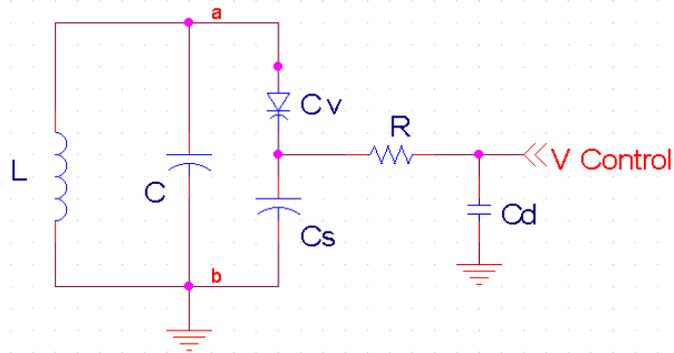
Figure 8 · Varactor  $Q$  versus bias voltage at 3 GHz.

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XV)

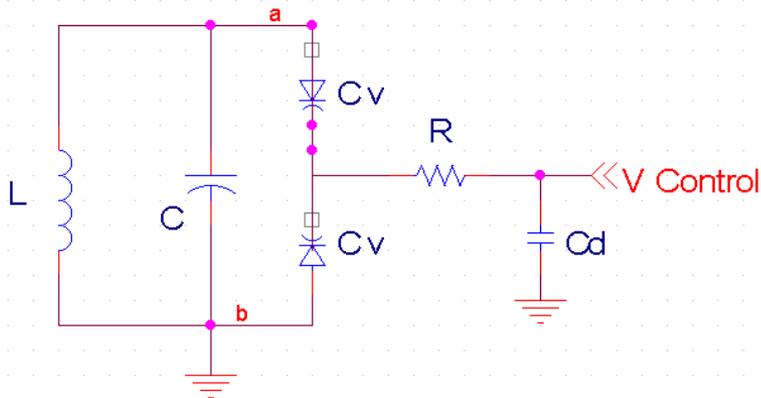
## TOPOLOGÍAS DE RESONADORES A VARICAP (I)

Existen tres opciones básicas de resonadores que incluyen uno o dos diodos Varactor para conseguir variar la frecuencia de oscilación a través de una tensión de control:

### ∇ Resonador con un diodo varicap.



### ∇ Resonador con dos diodos variacap



Nota: la posición del ánodo y cátodo del diodo dependen de la polaridad de la tensión de control.

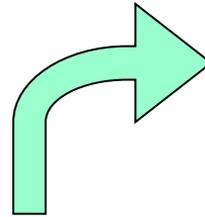
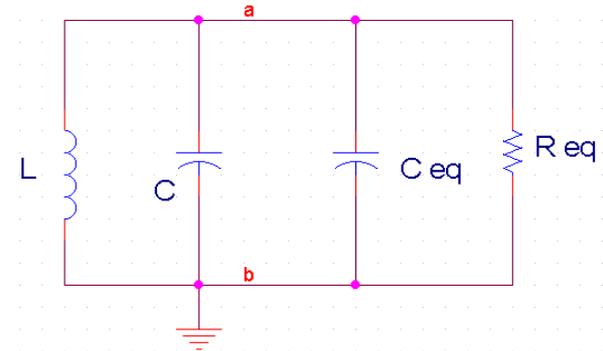
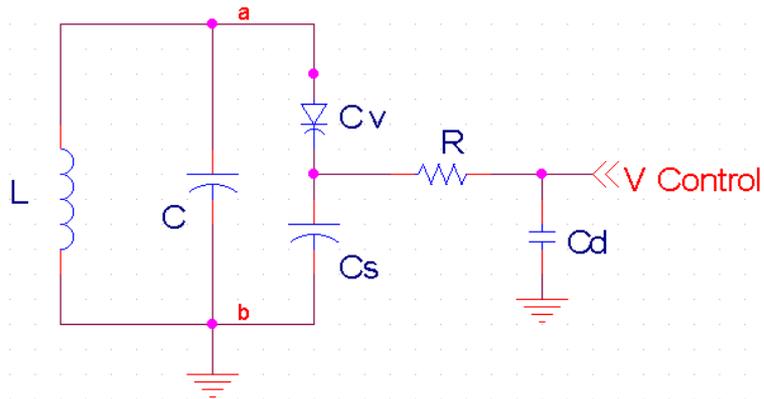
El condensador  $C_d$  se supone un cortocircuito para las componentes de alta frecuencia que procedan o se dirijan hacia la tensión de control.

La resistencia  $R$  aísla el circuito resonador de la fuente de tensión de control.

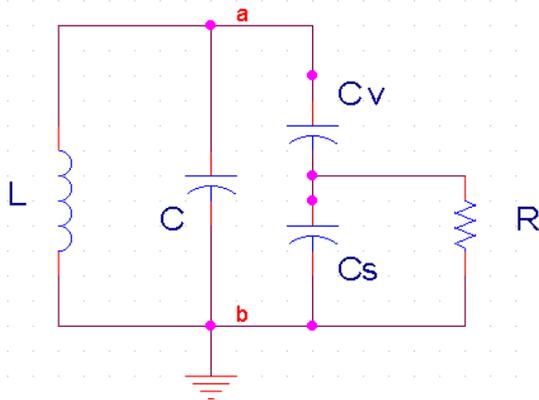
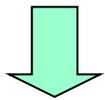
# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XVI)

## TOPOLOGÍAS DE RESONADORES A VARICAP (II)

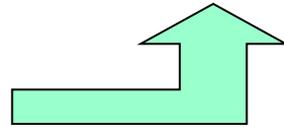
Empezaremos estudiando uno de los esquemas que contiene un solo diodo.



A efecto de la señal de oscilación, suponemos que la impedancia de  $C_d$  es prácticamente nula:



Teniendo en cuenta el “transformador capacitivo” formado por  $C_s$ ,  $C_v$  y  $R$ :



Donde:

$$C_{eq} = \frac{C_v \cdot C_s}{C_v + C_s} \quad (30a)$$
$$R_{eq} = R \left( 1 + \frac{C_s}{C_v} \right)^2 \quad (30b)$$

Como  $Q = \omega_0 R_{eq} C_{eq}$  interesa lo mas alto posible  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  elegir  $C_s \uparrow\uparrow$

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XVII)

## TOPOLOGÍAS DE RESONADORES A VARICAP (II) - Análisis del factor de Calidad Q



$$\Rightarrow Q_s = \frac{1}{\omega R_s C_s}$$



$$\Rightarrow Q_v = \frac{1}{\omega R_v C_v}$$

Tanto Cs como el varicap Cv tienen su propia resistencia de pérdidas asociada, que limitan sus Q respectivos. Como Ambos condensadores quedan “aparentemente” en serie a efectos de oscilación:



$$\Rightarrow Q_T = \frac{1}{\omega \cdot (R_s + R_v) \cdot \left( \frac{C_s C_v}{C_s + C_v} \right)} = \frac{1}{\omega \cdot R_{eq} \cdot C_{eq}} \quad \text{Operando:}$$

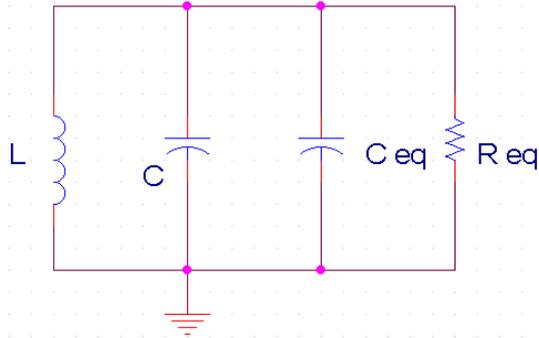
$$\Rightarrow Q_T = \frac{1}{\omega \cdot (R_s + R_v) \cdot \left( \frac{C_s C_v}{C_s + C_v} \right)} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{Q_T}} = \frac{\omega R_s C_s C_v + \omega R_v C_s C_v}{C_s + C_v} = \frac{1}{C_s + C_v} \left[ \frac{C_v}{Q_s} + \frac{C_s}{Q_v} \right] \quad (31)$$

$$\text{Normalmente } Q_s \gg Q_v \Rightarrow \frac{1}{Q_T} \cong \frac{1}{C_s + C_v} \left[ \frac{C_s}{Q_v} \right] \Rightarrow Q_T \cong Q_v \left( \frac{C_s + C_v}{C_s} \right) = Q_v \left( 1 + \frac{C_v}{C_s} \right) \quad (32)$$

puesto que es conveniente que  $Q_T \uparrow \uparrow \Rightarrow$  es mejor que  $C_s \downarrow \downarrow$  Compárese con la ecuación (30)

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XVIII)

## TOPOLOGÍAS DE RESONADORES A VARICAP (IV) - Variación de Req con la frecuencia de oscilación



La oscilación se producirá a:  $\omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot (C + C_{eq})} = \frac{1}{L \cdot \left( C + \frac{C_s C_v}{C_s + C_v} \right)} \Rightarrow$

$$\frac{C_s C_v}{C_s + C_v} = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L} - C = \frac{1 - \omega_0^2 \cdot L \cdot C}{\omega_0^2 \cdot L} \Rightarrow \left( \frac{C_s + C_v}{C_v} \right)^2 = \left( \frac{\omega_0^2 \cdot L \cdot C_s}{1 - \omega_0^2 \cdot L \cdot C} \right)^2$$

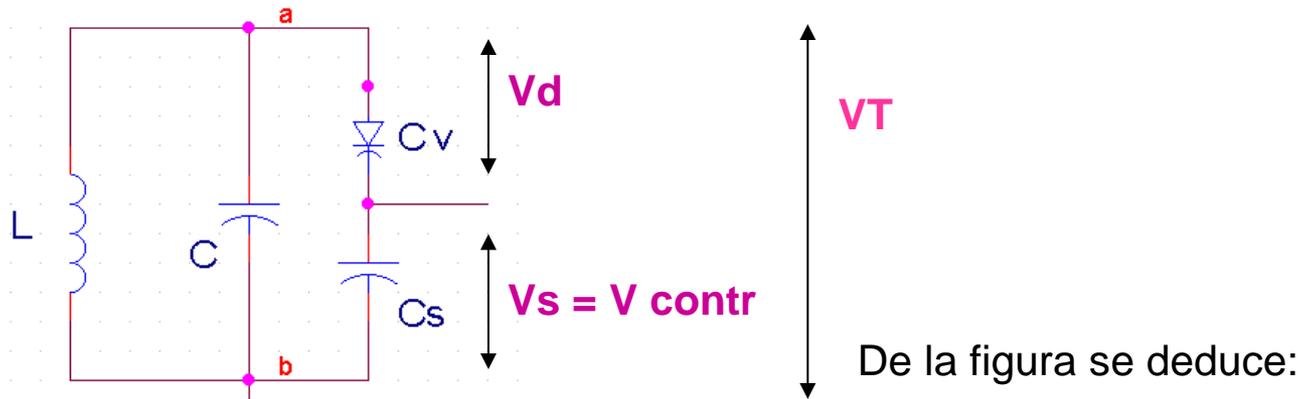
$$\text{y como } R_{eq} = R \cdot \left( \frac{C_s + C_v}{C_v} \right)^2 \Rightarrow \boxed{R_{eq} = R \cdot \left( \frac{\omega_0^2 \cdot L \cdot C_s}{1 - \omega_0^2 \cdot L \cdot C} \right)^2} \quad (33) \Rightarrow$$

la  $R_{eq}$  es función de la frecuencia y por tanto el  $Q_T$  dependerá

de la frecuencia de oscilación.  $\Rightarrow$  La estabilidad de la frecuencia dependerá de sí misma.

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XIX)

## TOPOLOGÍAS DE RESONADORES A VARICAP (V) - Efecto del divisor capacitivo sobre la tensión de control.



$$V_T = V_d + V_s ; V_s = \frac{V_T \frac{1}{j\omega C_s}}{\frac{1}{j\omega C_v} + \frac{1}{j\omega C_s}} = V_T \frac{C_v}{C_s + C_v} \Rightarrow V_T = V_s \frac{C_s + C_v}{C_v} \quad (34)$$

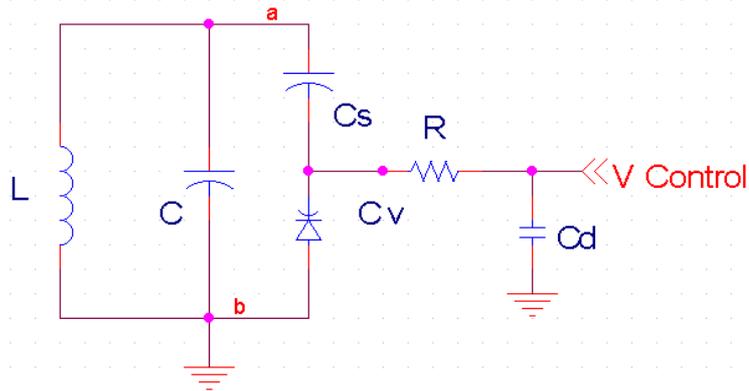
De la misma forma se llega a:

$$V_d = V_T \frac{C_s}{C_s + C_v} = V_s \left( \frac{C_s + C_v}{C_v} \right) \cdot \left( \frac{C_s}{C_s + C_v} \right) = V_s \cdot \left( \frac{C_s}{C_v} \right) = V_{control} \cdot \left( \frac{C_s}{C_v} \right) \quad (35)$$

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XX)

## TOPOLOGÍAS DE RESONADORES A VARICAP (VI)

Se puede realizar el mismo estudio respecto al otro circuito de sintonía con un solo varicap:



$$\begin{cases} C_{eq} = \frac{C_v \cdot C_s}{C_v + C_s} & (36a) \\ R_{eq} = R \left( 1 + \frac{C_v}{C_s} \right)^2 & (36b) \end{cases}$$

Como  $Q = \omega_0 R_{eq} C_{eq}$  interesa lo mas alto posible  $\Rightarrow$  elegir  $C_v \uparrow\uparrow$

De la misma forma se llega a:

$$\boxed{\frac{1}{Q_T}} = \frac{\omega R_s C_s C_v + \omega R_v C_s C_v}{C_s + C_v} = \frac{1}{C_s + C_v} \left[ \frac{C_v}{Q_s} + \frac{C_s}{Q_v} \right] \quad (37)$$

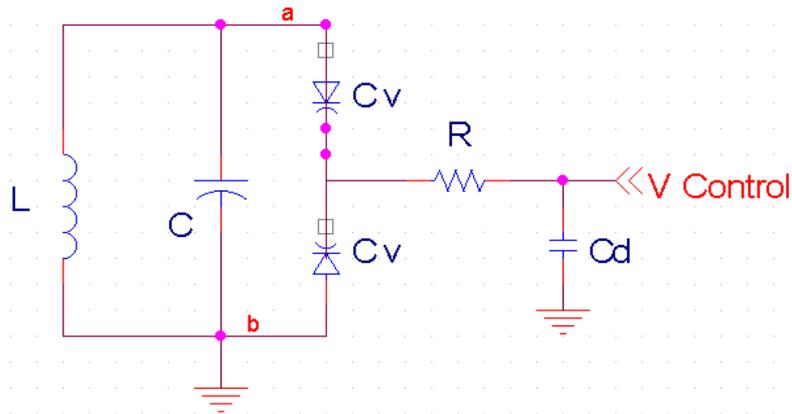
$$\text{Normalmente } Q_s \gg Q_v \Rightarrow \frac{1}{Q_T} \cong \frac{1}{C_s + C_v} \left[ \frac{C_s}{Q_v} \right] \Rightarrow Q_T \cong Q_v \left( \frac{C_s + C_v}{C_s} \right) = Q_v \left( 1 + \frac{C_v}{C_s} \right) \quad (38)$$

puesto que es conveniente que  $Q_T \uparrow\uparrow \Rightarrow$  es mejor que  $C_s \downarrow\downarrow$

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XX)

## TOPOLOGÍAS DE RESONADORES A VARICAP (VI) – Configuración Anti-paralelo

La última opción de resonador básico con varicap es la que contiene dos diodos en oposición y que se denomina **Configuración en anti-paralelo** o “back-to-back”.



Ambos diodos deben tener las mismas características, para lo cual se integran en un mismo chip y se les denomina “diodos apareados”. Existen las versiones de cátodo común y ánodo común.

Nótese que afectos de tensión continua de polarización o control, ambos diodos (a través de L) quedan en paralelo y se suman sus capacidades.

Para la señal de oscilación que se desarrolla en bornas de la inductancia L, los dos diodos quedan en oposición y se cancelan su efectos mutuos de variación de capacidades. Y lo mismo ocurre para cualquier ruido alterno que apareciese en la tensión de control.

Es fácil ver que:

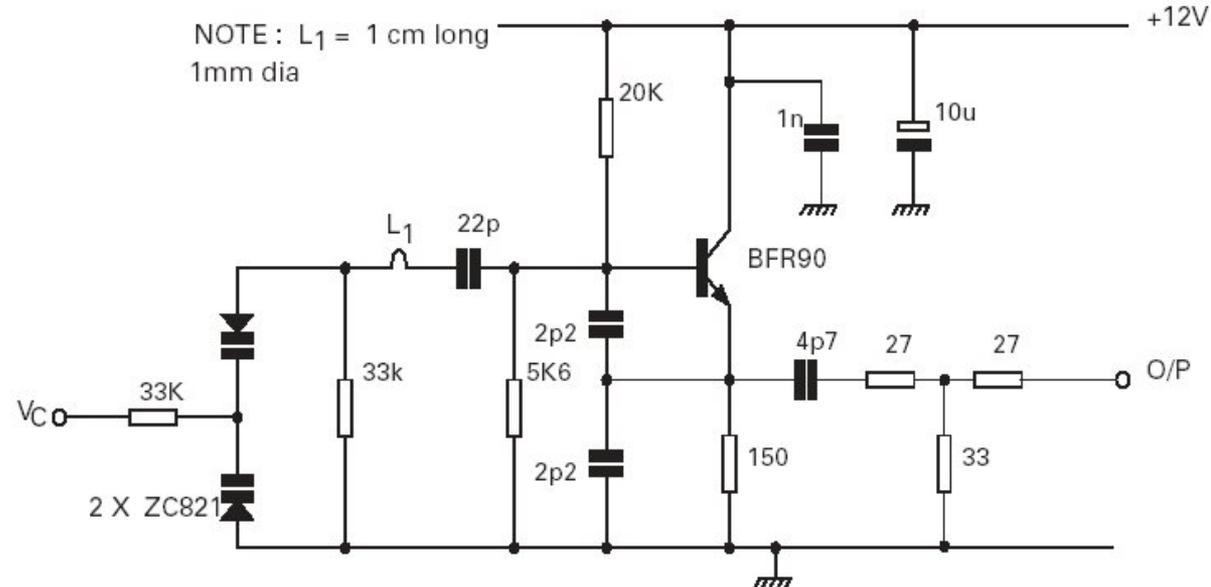
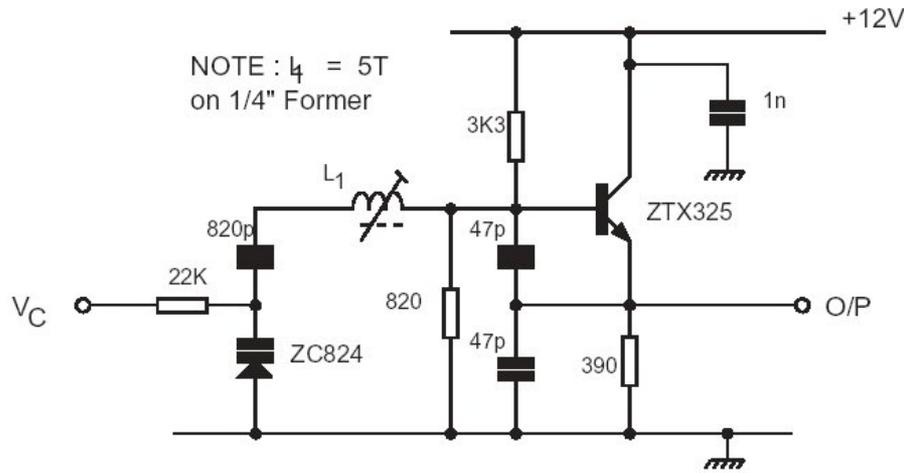
$$\left\{ \begin{array}{l} C_{eq} = \frac{C_v \cdot C_v}{C_v + C_v} = \frac{C_v}{2} \quad (39a) \quad \text{y} \quad R_{eq} = R \left( 1 + \frac{C_v}{C_v} \right)^2 = 4 \cdot R \quad (39b) \\ \text{(si los dos varicaps son iguales)} \end{array} \right.$$

$$\text{Y por tanto: } Q = \omega_0 \cdot R_{eq} \cdot C_{eq} = \omega_0 \cdot 4R \cdot \frac{C_v}{2} = 2\omega_0 \cdot R \cdot C_v \quad (40)$$

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XXI)

## TOPOLOGÍAS DE RESONADORES A VARICAP (VII) – Ejemplos (I)

Si la variación de capacidades que ofrecen los diodos usados es insuficiente para cubrir todo el margen de frecuencias que debe barrer el oscilador, es posible utilizar resonadores conmutados para cada banda o bien emplear múltiples diodos varicap en anti-paralelo + paralelo.



# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XXII)

Problema Noviembre 2004

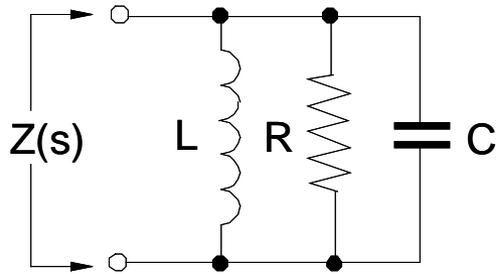


Figura 1

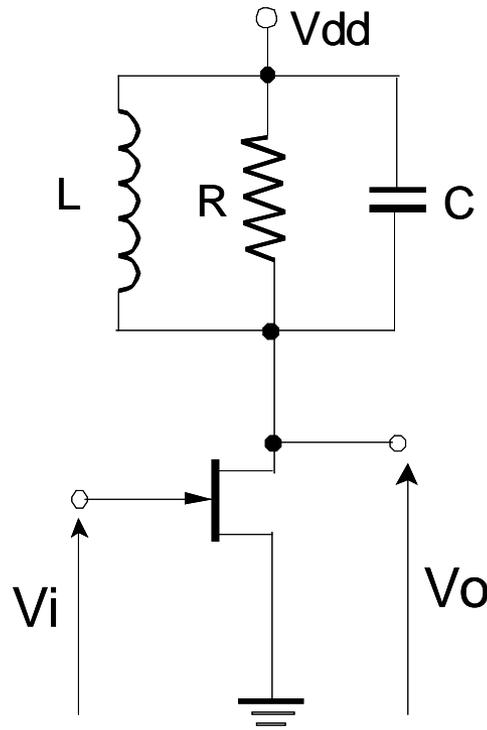


Figura 2a

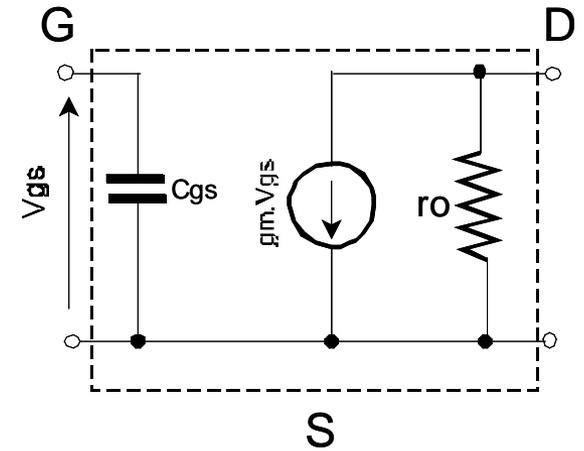
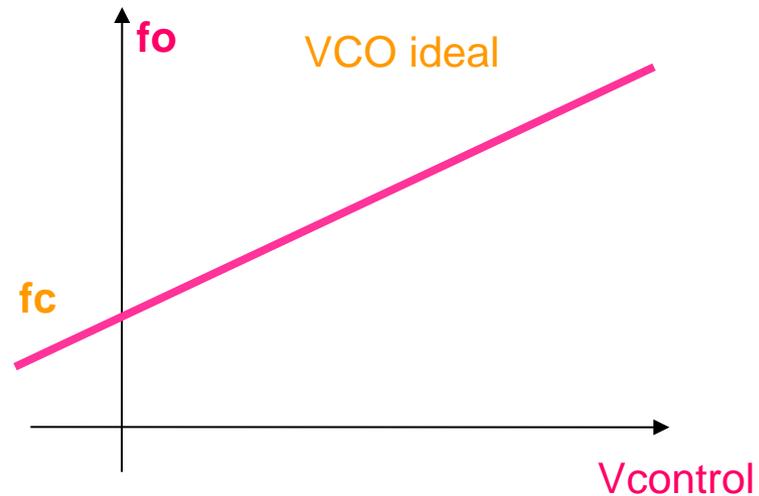
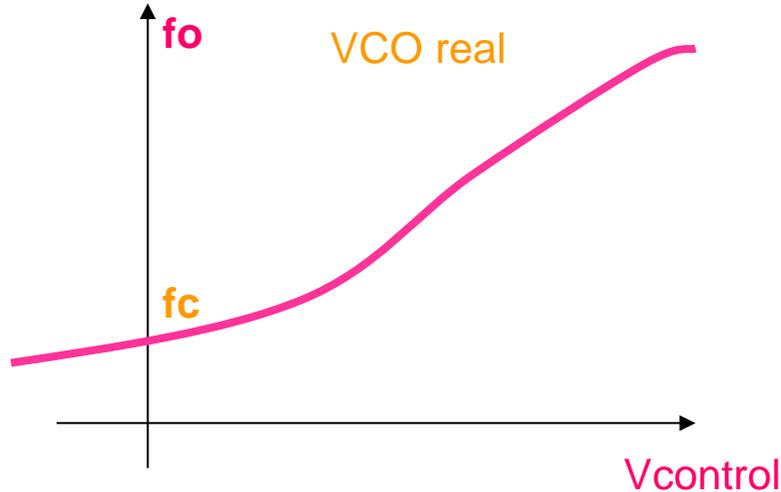


Figura 2b

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XXIII)

## PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE UN OSCILADOR DE FRECUENCIA VARIABLE (I)

Característica de Sintonía de la frecuencia (Curva de Calibrado): Gráfica en donde se representa la frecuencia de oscilación en función del parámetro de control (tensión de sintonía para los VCO)



Un VCO ideal tendría una curva de sintonía que sería una línea recta con pendiente positiva o negativa

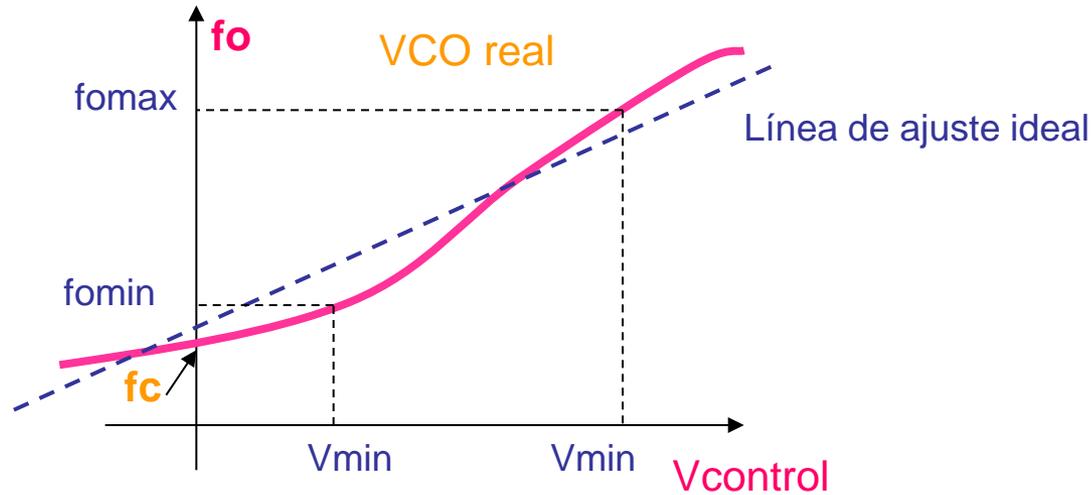
Sensibilidad de Sintonía ( Ganancia del VCO),  $K_v$  ( $K_{VCO}$ ): Es la pendiente de la curva de sintonía, expresada como cambio de frecuencia de oscilación por unidad de cambio de tensión (MHz /V etc)

Si el VCO es ideal, su sensibilidad de sintonía será constante en todo el margen barrido, de lo contrario variará en cada zona.

Linealidad de Sintonía: Es la desviación de la frecuencia versus la tensión de sintonía respecto a una línea recta de ajuste ideal.

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XXIV)

## PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE UN OSCILADOR DE FRECUENCIA VARIABLE (II)



Cociente Tangencial r: Mide la linealidad de la curva real de sintonía, se define en los extremos del margen de cobertura como:

$$r \square \frac{\left. \frac{df_0}{dV} \right|_{f=f_{0MAX}}}{\left. \frac{df_0}{dV} \right|_{f=f_{0MIN}}} \quad (41)$$

Se puede demostrar fácilmente que en el caso de que el resonador tenga un solo condensador siendo éste un diodo varicap:

$$r = \left( \frac{f_{0MAX}}{f_{0MIN}} \right)^{\frac{M-2}{M}} \quad (42)$$

Donde **M** indicaba la ley de variación de la capacidad del diodo con la tensión inversa.

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XXV)

## PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE UN OSCILADOR DE FRECUENCIA VARIABLE (III)

Margen de Sintonía Porcentual: MS

$$MS(\%) \square \frac{f_{0MAX} - f_{0MIN}}{\left(\frac{f_{0MAX} + f_{0MIN}}{2}\right)} \cdot 100(\%) = 2 \cdot \frac{f_{0MAX} - f_{0MIN}}{f_{0MAX} + f_{0MIN}} \cdot 100(\%) \quad (43)$$

Frecuencia Libre del VCO.  $f_c$ : Es el valor de la frecuencia generada por el VCO para una tensión nula de control o sintonía. De esta forma, la ecuación que gobierna el VCO es:

$$\boxed{f_0 = f_c + K_v \cdot V_c} \quad (44)$$

Velocidad de Sintonía (Tiempo de Respuesta): Es el tiempo necesario para que la frecuencia de salida alcance el 90% de su valor final después de aplicar un cambio instantáneo de la tensión de control. En los cálculos teóricos se suele considerar que el VCO responde instantáneamente.

Ancho de Banda de Sintonía o Modulación: Es la frecuencia de la señal moduladora aplicada a la cual la desviación de frecuencia de salida decrece al 70,7 % de su valor en continua. Suele depender de la impedancia de la fuente moduladora.

Deriva de la Frecuencia con la Temperatura: Es el cambio de la frecuencia del VCO con respecto a la temperatura, para una tensión de sintonía fija. Se suele expresar como el cambio porcentual relativo por unidad de temperatura o bien como el cambio de frecuencia por unidad de temperatura.

# OSCILADORES DE FRECUENCIA VARIABLE – VCO (XXVI)

## PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE UN OSCILADOR DE FRECUENCIA VARIABLE (IV)

Potencia de Salida.  $P_o$ : Es la potencia asociada a la componente fundamental de la señal de salida medida sobre una impedancia de referencia (normalmente en RF  $Z_o = 50 \Omega$ ).

Variación de la potencia de salida: Es la relación, expresada en dB, entre la potencia de salida máxima y mínima observada sobre un margen de frecuencias de sintonía específico y respecto a una carga de  $50 \Omega$  y a una temperatura dada.

Planicidad de la curva de potencia de salida: (Flatness): Variación de la potencia de salida respecto a su valor medio, expresada en dB.

Respuestas Espúrias o Contenido No.Armónico: Señales presentes en el espectro de salida del VCO y que tienen frecuencias que no guardan una relación armónica con la fundamental. Se miden habitualmente en dBc (dB respecto a la *carrier*).

Figura de PUSHING de frecuencia: Es el cambio de la frecuencia de salida correspondiente a un determinado cambio producido en la tensión de alimentación y para una tensión de sintonía fija. Se expresa en MHz por voltio.

Figura de PULLING de frecuencia: Desviación de frecuencia causada por cambios en la impedancia de carga del oscilador. Se especifica normalmente para unas pérdidas de retorno debidas a la carga de 12 dB y para todas las posibles fases.  $RL = 20 \text{ dB} \Rightarrow R.O.E. = 1,67$

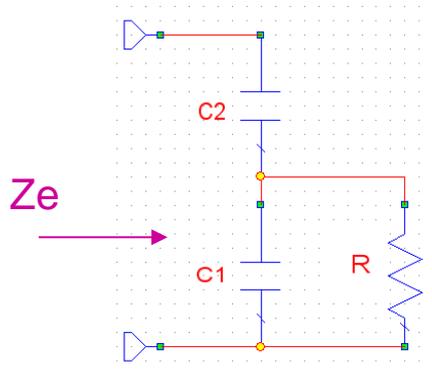
Frecuencia Libre del VCO,  $f_c$  Es la frecuencia que genera el VCO en ausencia de tensión de control ( $V_c = 0$ )

Nota: Los parámetros relativos al ruido se estudiarán en el apartado correspondiente.

# OSCILADORES VCO – APÉNDICE B (I)

## TRANSFORMADOR CAPACITIVO (I).

En el estudio del resonador de un VCO típico nos vamos a encontrar con un esquema con esta topología que vamos a estudiar

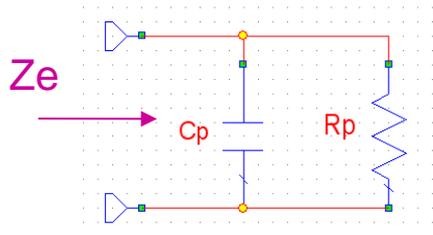


$$Z_e = \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{R}{1 + j\omega RC_1} = \frac{1 + j\omega RC_1 + j\omega RC_2}{(1 + j\omega RC_1) j\omega C_2} = \frac{1 + j\omega R(C_1 + C_2)}{(1 + j\omega RC_1) j\omega C_2} \Rightarrow$$

$$Y_e = \frac{(1 + j\omega RC_1) j\omega C_2}{1 + j\omega R(C_1 + C_2)} = \frac{(1 + j\omega RC_1) j\omega C_2}{1 + j\omega R(C_1 + C_2)} \cdot \frac{1 - j\omega R(C_1 + C_2)}{1 - j\omega R(C_1 + C_2)} =$$

$$= \frac{\omega^2 R(C_1 + C_2) \cdot C_2 - \omega^2 RC_1 C_2}{1 + \omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2} + j \frac{\omega C_2 + \omega^3 R^2 C_1 C_2 (C_1 + C_2)}{1 + \omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2} \quad (\text{B1})$$

Deseamos que a una frecuencia concreta sea equivalente a:



$$Y_e = j\omega C_p + \frac{1}{R_p} \quad (\text{B2})$$

Para que ambas impedancias sean iguales a una determinada frecuencia, han de serlo simultáneamente tanto la parte real como la imaginaria: 

# OSCILADORES VCO – APÉNDICE B (II)

## TRANSFORMADOR CAPACITIVO (II).

Trabajando con la parte real de la admitancia:

$$G_e = \frac{\omega^2 R C_1 C_2 + \omega^2 R C_2^2 - \omega^2 R C_1 C_2}{1 + \omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2} = \frac{\omega^2 R C_2^2}{1 + \omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2} \Rightarrow \text{Si se cumple que } \omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2 \gg 1 \Rightarrow$$

$$G_p = \text{Re}[Y_e] = \frac{C_2^2}{R(C_1 + C_2)^2} \Rightarrow \boxed{R_p \square R \left( \frac{C_1 + C_2}{C_2} \right)^2 = R \left( 1 + \frac{C_1}{C_2} \right)^2} \quad (\text{B3}) \quad \leftarrow \text{“Transformador Capacitivo”}$$

Análogamente con la parte imaginaria:

$$B_e = \frac{\omega C_2 + \omega^3 R^2 C_1 C_2 (C_1 + C_2)}{1 + \omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2} \Rightarrow \text{Si se cumple que } \begin{cases} \omega^2 R^2 (C_1 + C_2)^2 \gg 1 \\ \omega^3 R^2 C_1 C_2 (C_1 + C_2)^2 \gg \omega C_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$B_e \square \omega \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \equiv \omega C_p \Rightarrow \boxed{C_p \square \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} \quad (\text{B4})$$

# ESTABILIDAD EN LOS OSCILADORES DE RADIO FRECUENCIA (I)

## CONSIDERACIONES GENERALES (I)

La estabilidad de un oscilador es una cualidad que mide el grado de invariabilidad de la frecuencia generada a lo largo del tiempo, aunque cambien las condiciones de funcionamiento.

La estabilidad del oscilador no se puede mejorar posteriormente, por lo que es un condicionante de diseño muy importante.

En la estabilidad del oscilador influyen muchos parámetros: calidad de los componentes pasivos, estabilidad de la polarización, temperatura, envejecimiento, vibraciones mecánicas (microfonismos), variación de la presión y humedad, variaciones de la carga, etc.

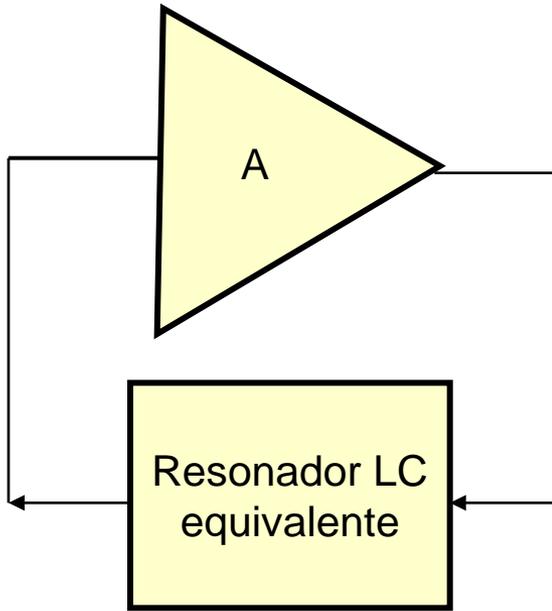
Como objetivo de diseño se trata de determinar cómo influye la propia topología del oscilador en la estabilidad de la frecuencia al margen de las otras circunstancias comentadas.

Vamos a determinar un concepto llamado **FACTOR DE ESTABILIDAD,  $S_F$**  del oscilador para la topología de resonador LC, que medirá la sensibilidad al cambio de frecuencia debido a la variación de cualquier parámetro influyente, independientemente de que esta variación tenga o no lugar.

Para estudiar la estabilidad suponemos que cualquier oscilador LC se puede considerar compuesto por dos cuadripolos interconectados con realimentación positiva: cuadripolo amplificador y un cierto resonador equivalente LC.

# ESTABILIDAD EN LOS OSCILADORES DE RADIO FRECUENCIA (II)

## CONSIDERACIONES GENERALES (II)



La fase de la ganancia del lazo será, en general, función tanto de la frecuencia de trabajo como de otros posibles parámetros influyentes en el circuito,  $X_1$ ,  $X_2$ , etc

$$\text{Fase del Lazo} = \phi_{A.\beta} = \phi(\omega, X_1, X_2, \dots) \quad (1)$$

Cuando el circuito está oscilando debe estar cumpliendo las condiciones de Barkhausen, por lo tanto es seguro que:

$$\phi_{A.\beta} \Big|_{\omega_0} = \phi(\omega_0, X_1, X_2, \dots) = 0 \pm 2K\pi \quad (2)$$

Supongamos que, en el caso peor, se producen cambios en todos los parámetros que influyen sobre la fase del lazo:  $X_1 \rightarrow X_1 + \Delta X_1$ ;  $X_2 \rightarrow X_2 + \Delta X_2$ ; ...

Si el circuito sigue oscilando tras estos cambios, es porque necesariamente habrá tenido que variar su frecuencia de trabajo para compensarlos y que se siga cumpliendo Barkhausen, ya que lo que es innegable es que tiene que ser:

$$\Delta\phi_{A.\beta} = 0 \quad (3)$$

En una primera aproximación puede deducirse de (2) que:

$$\Delta\phi_{A.\beta} \approx \Delta\omega \cdot \frac{\delta\phi}{\delta\omega} + \Delta X_1 \cdot \frac{\delta\phi}{\delta X_1} + \Delta X_2 \cdot \frac{\delta\phi}{\delta X_2} + \dots \quad (4)$$

# ESTABILIDAD EN LOS OSCILADORES DE RADIO FRECUENCIA (III)

## CONSIDERACIONES GENERALES (III)

Si en la ecuación (4) imponemos la condición (3) y despejamos la variación de frecuencia sufrida:

$$\Delta\phi_{A,\beta} \approx \Delta\omega \cdot \frac{\delta\phi}{\delta\omega} + \Delta X_1 \cdot \frac{\delta\phi}{\delta X_1} + \Delta X_2 \cdot \frac{\delta\phi}{\delta X_2} + \dots \equiv 0 \Rightarrow \Delta\omega = - \frac{\Delta X_1 \cdot \frac{\delta\phi}{\delta X_1} + \Delta X_2 \cdot \frac{\delta\phi}{\delta X_2} + \dots}{\frac{\delta\phi}{\delta\omega}} \quad (5)$$

este es el cambio absoluto de frecuencia experimentado, pero como dato más significativo nos interesa más el cambio relativo, por tanto:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = - \frac{\Delta X_1 \cdot \frac{\delta\phi}{\delta X_1} + \Delta X_2 \cdot \frac{\delta\phi}{\delta X_2} + \dots}{\omega_0 \cdot \frac{\delta\phi}{\delta\omega}} \quad (6)$$

y como estamos interesados en saber qué ocurre justo a la frecuencia nominal de oscilación tendremos que evaluar todas las derivadas parciales anteriores a dicha frecuencia:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = - \frac{\Delta X_1 \cdot \left. \frac{\delta\phi}{\delta X_1} \right|_{\omega=\omega_0} + \Delta X_2 \cdot \left. \frac{\delta\phi}{\delta X_2} \right|_{\omega=\omega_0} + \dots}{\omega_0 \cdot \left. \frac{\delta\phi}{\delta\omega} \right|_{\omega=\omega_0}} \quad (7)$$

Vemos claramente que, independientemente de las variaciones que experimente cualquier parámetro  $X_i$ , la desviación relativa de frecuencia será tanto menor cuanto mayor sea el denominador, por eso se define:

# ESTABILIDAD EN LOS OSCILADORES DE RADIO FRECUENCIA (IV)

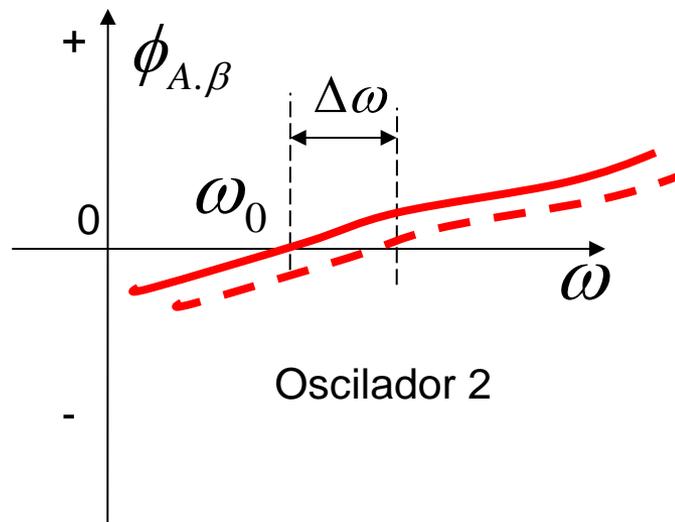
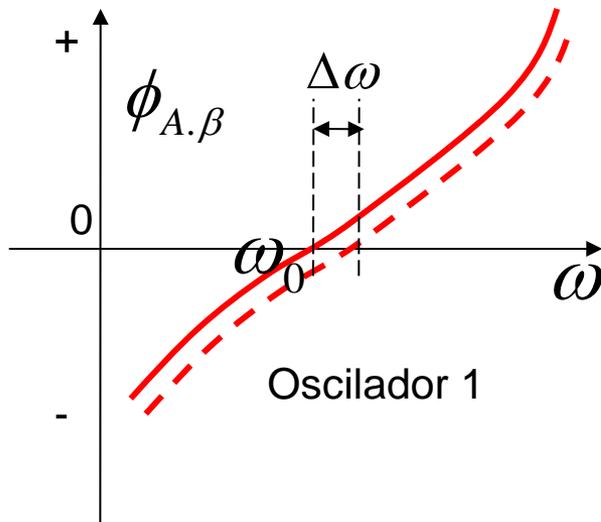
## CONSIDERACIONES GENERALES (IV)

Factor de Estabilidad de Frecuencia:

$$S_F \approx \omega_0 \cdot \left. \frac{\delta\phi_{A.\beta}}{\delta\omega} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (8)$$

Obviamente, cuanto mayor sea el Factor de Estabilidad del oscilador, más estable será su frecuencia.

Geoméricamente  $\left. \frac{\delta\phi_{A.\beta}}{\delta\omega} \right|_{\omega=\omega_0}$  es la pendiente de la curva de la fase del lazo en el punto de corte con el eje de abscisas (que es donde la ordenada vale 0).

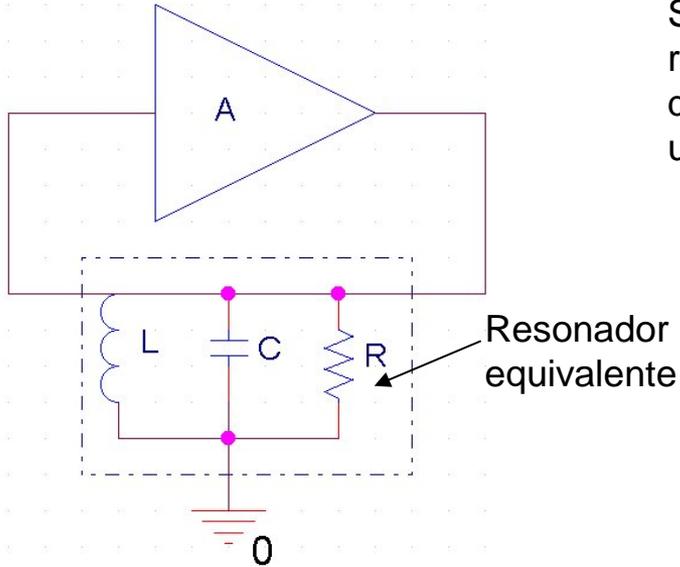


Claramente el oscilador 1 es más estable en frecuencia que el modelo 2, ya que la desviación de frecuencia sufrida al desplazarse la curva de fase (en la misma cantidad en ambos casos) es mucho menor.

**CONCLUSIÓN:** Para mejorar la estabilidad de frecuencia de un oscilador es conveniente emplear un resonador en el que la fase cambie lo más rápidamente posible con la frecuencia.

# ESTABILIDAD EN LOS OSCILADORES DE RADIO FRECUENCIA (V)

## FACTOR DE ESTABILIDAD EN OSCILADORES LC (I)



Supuesto que la impedancia de entrada del amplificador no carga al resonador, y modelando el amplificador como un generador de corriente dependiente de la tensión de entrada, el mismo verá al resonador como una impedancia de valor:

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L} + j \cdot \omega \cdot C} = \frac{R \cdot \omega \cdot L}{\omega \cdot L + j \cdot R \cdot (\omega^2 \cdot L \cdot C - 1)} \quad (9)$$

Suponiendo que todo el desfase en el oscilador se produce en el resonador, tendremos:

$$\phi_{A,\beta} = \phi_Z = -\arctan \left[ \frac{R \cdot (\omega^2 \cdot L \cdot C - 1)}{\omega \cdot L} \right] \quad (10)$$

Con lo que el Factor de Estabilidad valdrá:

$$S_F = \omega_0 \cdot \left| \frac{\delta \phi_{A,\beta}}{\delta \omega} \right|_{\omega=\omega_0} = \omega_0 \cdot \frac{\delta \left( \arctan \left[ \frac{R \cdot (\omega^2 \cdot L \cdot C - 1)}{\omega \cdot L} \right] \right)}{\delta \omega} \Bigg|_{\omega_0} = \omega_0 \cdot \frac{2 \cdot R \cdot C - \frac{R \cdot (\omega^2 \cdot L \cdot C - 1)}{\omega^2 \cdot L}}{1 + \frac{R^2 \cdot (\omega^2 \cdot L \cdot C - 1)^2}{\omega^2 \cdot L^2}} \Bigg|_{\omega_0} =$$

$$2 \cdot \omega_0 \cdot R \cdot C = \boxed{2 \cdot Q} \quad (11) \quad \text{De aquí se deriva la gran importancia de tener un buen factor de calidad en los elementos que componen el resonador.}$$

# RUIDO DE FASE EN OSCILADORES (I)

Oscilador real:

$$v(t) = V_s \cdot [1 + m(t)] \cdot \cos [2\pi \cdot f_o \cdot t + \Delta\phi(t)]$$

Relación entre frecuencia y fase:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d(\Delta\phi(t))}{dt}$$

Relación entre las distintas densidades de ruido de fase:

Para  $\Delta\phi_{rms} \ll 1 \Rightarrow$

$$L(f_m) = \frac{1}{2} \cdot \Delta\phi_{rms}^2 = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\Delta f_{rms}}{f_m} \right)^2 = \frac{P_{ssb}}{P_s}$$

Densidad Espectral de Fluctuaciones de Fase:

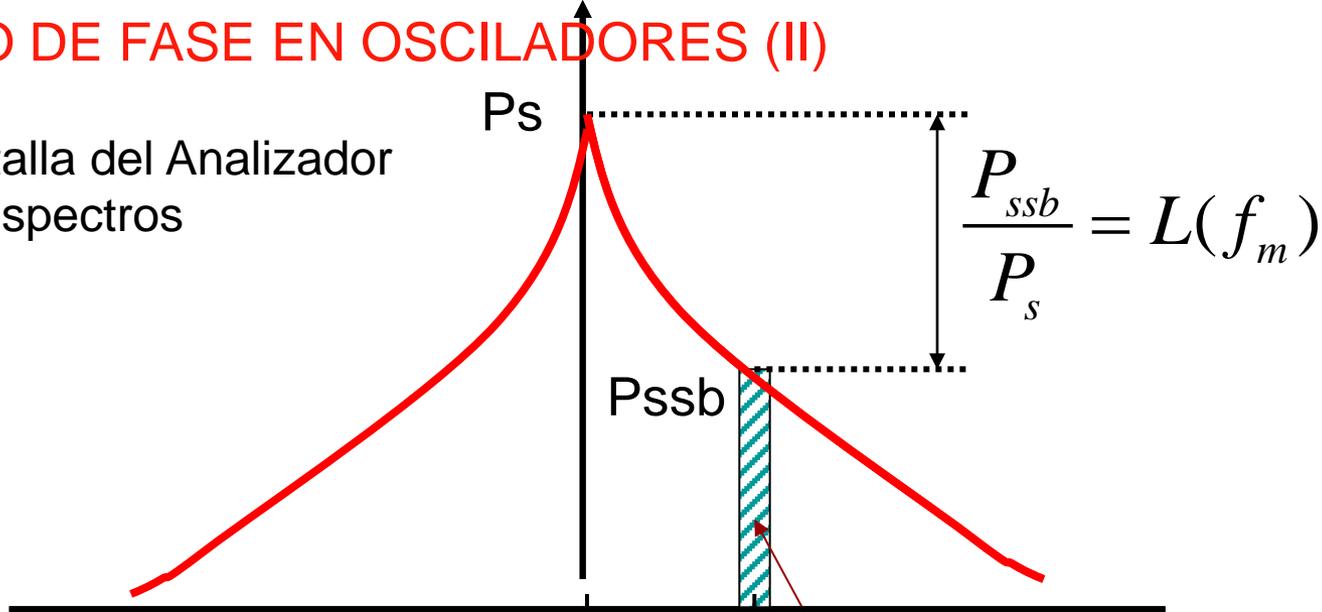
$$S_{\Delta\phi}(f_m) = \Delta\phi_{rms}^2 = 2 \cdot L(f_m)$$

Densidad Espectral de Fluctuaciones de Frecuencia:

$$S_{\Delta f}(f_m) = \Delta f_m^2(f_m) = f_m^2 \cdot S_{\Delta\phi}(f_m) = 2 \cdot f_m^2 \cdot L(f_m)$$

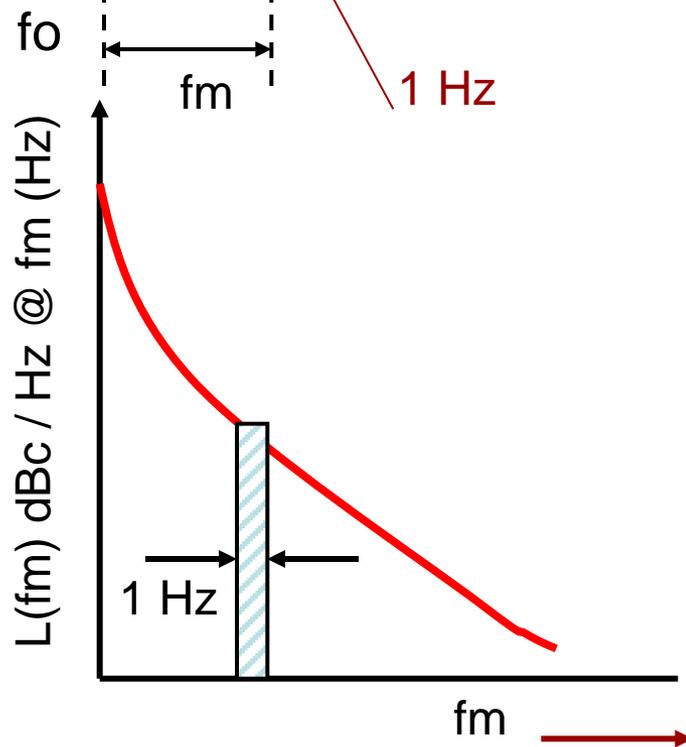
# RUIDO DE FASE EN OSCILADORES (II)

Pantalla del Analizador de Espectros



Forma de expresar el Ruido de Fase:

$L(f_m)$  dBc / Hz @  $f_m$  (Hz)



# RUIDO DE FASE EN OSCILADORES (III)

## Ruido de Fase - Modelo de Leeson

$$L(f_m) = \frac{1}{2} \cdot \frac{k \cdot T_0 \cdot f}{P_{sav}} \cdot \left(1 + \frac{f_c}{f_m}\right) \cdot \left(1 + \left(\frac{f_0}{2 \cdot Q \cdot f_m}\right)^2\right)$$

Donde:

- f = Factor de Ruido del dispositivo activo
- fc = Frecuencia de corte de ruido flicker del dispositivo activo (entre 10 Hz y varios KHz)
- K = Constante de Boltzmann
- To = Temperatura ed referencia (290 K)
- Psav = Potencia de señal media
- fo = Frecuencia del oscilador
- Q = Factor de Calidad Cargado del resonador

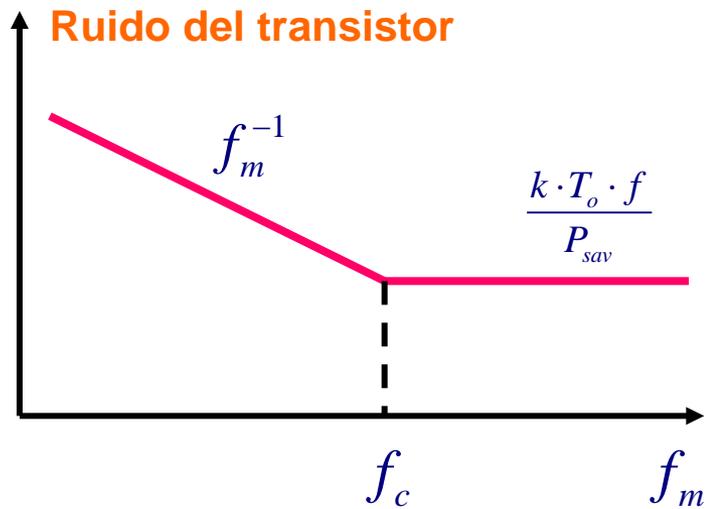
- En unidades logarítmicas  $k \cdot T_0 = -174$  dB (mW/Hz) con lo que:

$$L(f_m) \Big|_{dBc/Hz} = -177 - P_{sav} (dBm) + f (dB) + 10 \cdot \log \left\{ \left(1 + \frac{f_c}{f_m}\right) \cdot \left(1 + \left(\frac{f_0}{2 \cdot Q \cdot f_m}\right)^2\right) \right\}$$

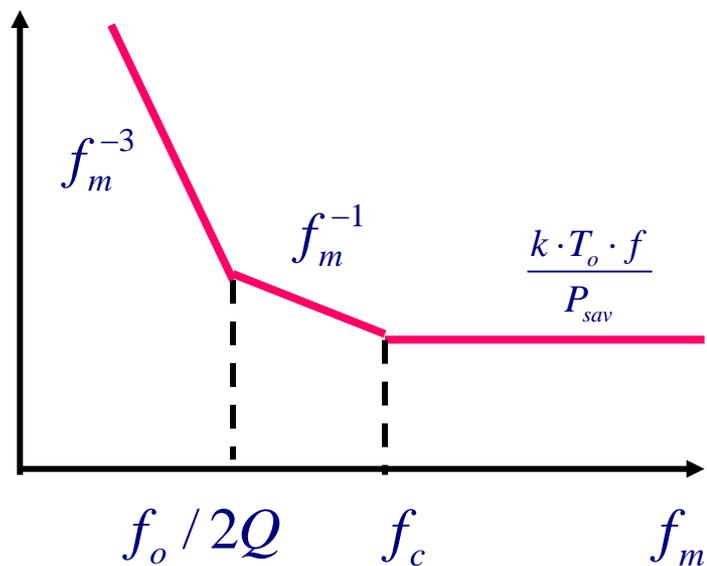
# RUIDO DE FASE EN OSCILADORES (IV)

Efecto de la relación entre  $f_c$  y  $Q$  sobre el ruido de fase (I):

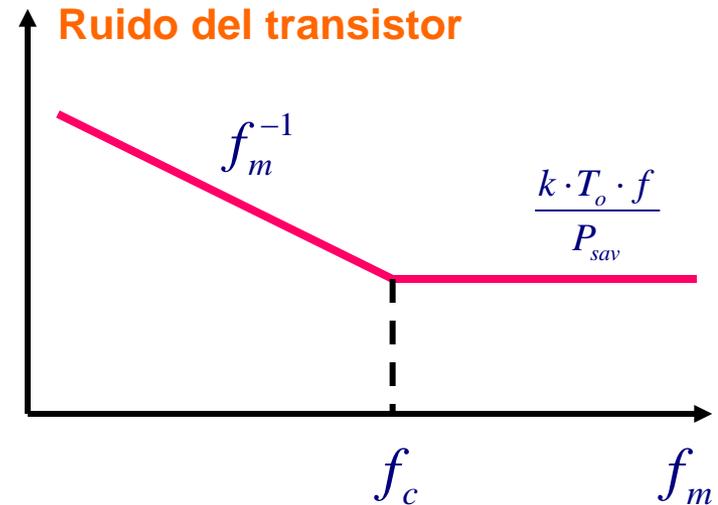
**Oscilador de alto  $Q$**



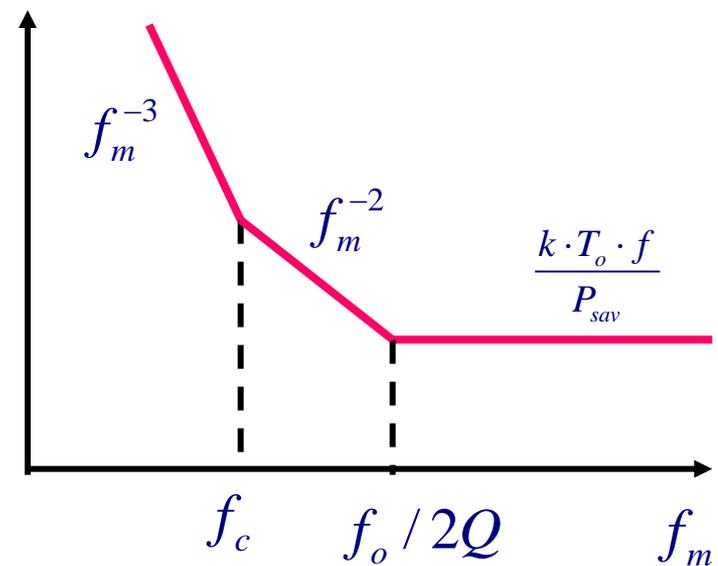
$L(f_m)$  **Ruido del oscilador**



**Oscilador de bajo  $Q$**



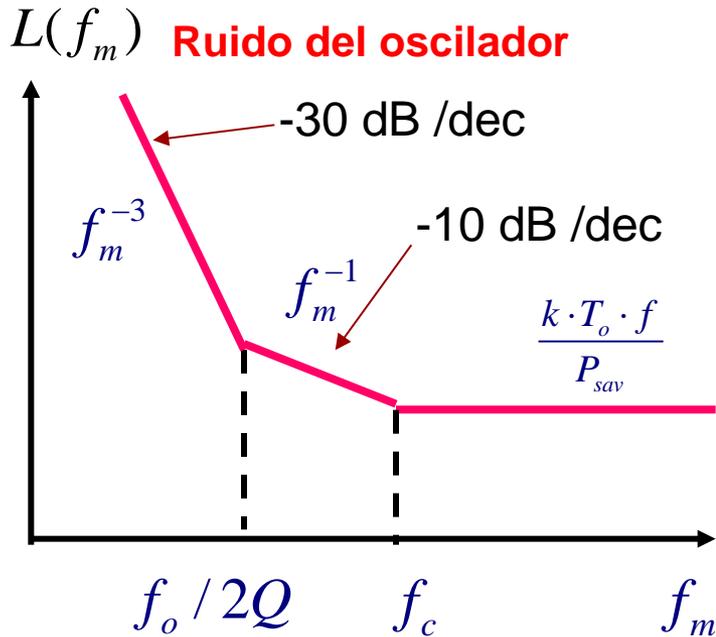
$L(f_m)$  **Ruido del oscilador**



# RUIDO DE FASE EN OSCILADORES (V)

Efecto de la relación entre  $f_c$  y  $Q$  sobre el ruido de fase (II):

**Oscilador de alto Q**



**Oscilador de bajo Q**

